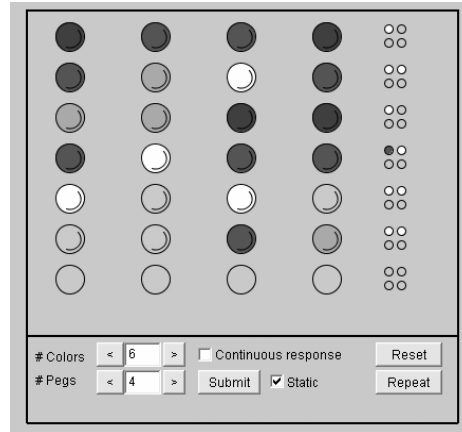


Mastermind

Mastermind je igra za dve osebi, v kateri ena oseba (sestavljavec) izbere štirimestno šifro, ki jo mora druga oseba (reševalec) streti.

Igro je l. 1970 iznašel Izraelec Mordacai Meirowitz. Od leta 1971 ima za njeno izdelavo ekskluzivno pravico podjetje Invicta Plastic, vendar pa obstajajo različne verzije tudi za igranje prek medmrežja, v katerih ima računalnik vlogo sestavljavca.



Ghvtal je v [1] omenil problem iskanja minimalnega števila ugibanj, ki jih mora reševalec dati vse naenkrat (to je, ne da bi vsakič posebej čakal na odgovor), da se da določiti šifro. Če vzamemo inačico z dvema mestoma in tremi barvami, potem ugibanji (0,2) in (1,2) določata šifro. To lahko vidimo tako, da izpišemo vseh 9 možnih šifer in sestavljavčev odgovor na obe ugibanji. Vidimo, da so odgovori vselej različni:

(0, 0) - (10 00)
 (0, 1) - (10 01)
 (0, 2) - (20 10)
 (1, 0) - (01 10)
 (1, 1) - (00 10)
 (1, 2) - (10 20)
 (2, 0) - (02 01)
 (2, 1) - (01 02)
 (2, 2) - (10 10)

Taki igri pravimo *statični mastermind*. Greenwell je našel šest ugibanj, ki vedno določijo šifro v primeru 6 barv in 4 mest:

(0, 1, 1, 0), (1, 2, 4, 3), (2, 2, 0, 0), (3, 4, 1, 3), (4, 5, 4, 5),
 (5, 5, 3, 2).

L. 2002 je Andy Lewicki našel še dve taki kombinaciji:

(0, 3, 5, 1), (2, 2, 5, 0), (3, 2, 0, 3), (4, 1, 4, 1), (4, 4, 0, 5),
 (5, 5, 2, 3),

(0, 3, 4, 0), (2, 2, 5, 0), (3, 2, 0, 3), (4, 1, 4, 1), (4, 4, 0, 5),
 (5, 5, 2, 3).

L. 2003 je Petr Felzmann našel ugibanja (0, 0, 1), (0, 2, 2), (3, 1, 2) za primer 4 barv in 3 mest.

Na domači strani T. Nelsona [3] lahko najdemo zaporedja ugibanj za različne variante statičnega masterminda kot tudi strategijo za klasični dinamični mastermind. Mi smo povzeli podatke po [4]. Ti podatki in strategije omogočajo izdelavo logičnih nalog.

Sestavljavac izbere šifro v obliki zaporedja štirih barv (c1, c2, c3, c4) (lahko tudi števk) iz dane množice šestih barv (števk). Pri tem je ponavljanje dovoljeno. Reševalec poskuša uganiti šifro. Po vsakem uganjevanju (g1, g2, g3, g4) sestavljavac odgovori z dvema številoma. Prvo je število natančnih ujemanj, to je število resničnih stavkov $ck=gk, k=1, \dots, 4$. Drugo je število približnih ujemanj, to je število, ko se barva ujema, mesto pa ne.

Drugo število je definirano nekoliko dvoumno. Če uganjevanje vsebuje isto barvo na več mestih, nastane zanimiva situacija. Kaj je pravilen odgovor na uganjevanje 1123, če je skrita šifra 0145? Implicitno se predpostavlja, da se odgovor nanaša na eno in samo eno mesto in da ima izračun natančnih ujemanj prednost pred izračunom delnih ujemanj. Za zgornji primer torej velja, da je število natančnih ujemanj 1, število delnih ujemanj pa 0.

Še bolje bo, da za drugo število podamo formulo. Naj bo ni število nastopanj barve i v šifri in mi število te barve v uganjevanju. Potem se barva i ujema $\min(ni,mi)$ krat. Celotno število ujemanj je vsota teh števil po vseh barvah. Ker se najprej izračuna število natančnih ujemanj, je število delnih ujemanj enako: $\min(n1,m1) + \min(n2,m2) + \min(n3,m3) + \min(n4,m4) + \min(n5,m5) + \min(n6,m6) -$ število natančnih ujemanj.

Igra ima tudi različne izpeljanke. Ena je ta, da morajo biti žetoni različnih barv. V tem primeru imamo namesto 1296 različnih šifer samo še 360 različnih možnosti. Druga inačica je, da odgovarjamo samo z natančnimi ujemanji, kar igro oteži. Knuth je dokazal, da reševalec lahko najde rešitev v manj kot šestih poskusih. Tej inačici lahko rečemo *dinamični mastermind*.

[1] V. Chvtal, Mastermind, *Combinatorica* 3 (1983), 325–329.

[2] D. E. Knuth, The Computer as a Master Mind, *Journal of Recreational Mathematics* 9 (1976–77), 1–6.

[3] T. Nelson, <http://www.tnelson.demon.co.uk>

[4] <http://manifesto.cut-the-knot.org/Curriculum/Games/Mastermind.html>

Mastermind - naloge

a) Statični mastermind

Mastermind je igra, v kateri mora igralec uganiti barve štirih žetonov. Vsak žeton ima eno od šestih barv: bel, moder, zelen, rumen, vijoličen ali oliven. Ugibanje sestoji iz izbora štirih ne nujno različnih barv. Kot odgovor na ugibanje dobimo najprej število žetonov, ki smo jim pravilno uganili barvo in položaj. Drugi del odgovora pa je število žetonov, ki smo jim pravilno uganili barvo, niso pa na pravih mestih. Na primer, če smo uganjevali z zaporedjem BVVR skrito zaporedje BBMV, bo odgovor {1,1}, čeprav se B pojavi še enkrat (izračun pravih barv in položajev ima prednost pred izračunom pravih barv na napačnih položajih). Pri naslednjih nalogah so podani odgovori na šest ugibanj. Ugibanje sestoji iz štirih začetnic barv. Sledi mu odgovor v obliki urejenega para števil. Tvoja naloga je, da sklepaš, kakšno je skrito zaporedje žetonov.

NALOGE:

1. BMMB {0,1}, MZVR {0,1}, ZZBB {1,0}, RVMR {1,0}, VOVO {1,2}, OORZ {1,1},
2. BMMB {1,0}, MZVR {0,1}, ZZBB {1,0}, RVMR {0,2}, VOVO {0,1}, OORZ {2,0},
3. BMMB {1,0}, MZVR {0,1}, ZZBB {1,0}, RVMR {1,1}, VOVO {1,0}, OORZ {2,0},
4. BMMB {0,2}, MZVR {1,1}, ZZBB {1,0}, RVMR {1,1}, VOVO {1,1}, OORZ {0,1},
5. BMMB {0,2}, MZVR {1,1}, ZZBB {0,0}, RVMR {0,2}, VOVO {1,0}, OORZ {2,0},
6. BMMB {2,0}, MZVR {0,2}, ZZBB {0,0}, RVMR {1,1}, VOVO {2,0}, OORZ {0,1},
7. BMMB {0,0}, MZVR {1,2}, ZZBB {1,1}, RVMR {0,2}, VOVO {1,0}, OORZ {2,0},
8. BMMB {1,2}, MZVR {1,1}, ZZBB {0,2}, RVMR {0,2}, VOVO {1,0}, OORZ {0,0},
9. BMMB {0,0}, MZVR {0,1}, ZZBB {1,1}, RVMR {0,0}, VOVO {1,0}, OORZ {2,0},
10. BMMB {0,0}, MZVR {2,0}, ZZBB {1,0}, RVMR {0,1}, VOVO {1,2}, OORZ {1,1},
11. BMMB {0,1}, MZVR {1,2}, ZZBB {1,0}, RVMR {1,1}, VOVO {1,1}, OORZ {0,1},
12. BMMB {2,0}, MZVR {1,0}, ZZBB {2,1}, RVMR {0,0}, VOVO {0,1}, OORZ {0,2},
13. BMMB {0,1}, MZVR {1,2}, ZZBB {0,0}, RVMR {0,3}, VOVO {1,1}, OORZ {2,0},
14. BMMB {0,2}, MZVR {0,2}, ZZBB {0,1}, RVMR {1,1}, VOVO {0,1}, OORZ {0,2},
15. BMMB {2,0}, MZVR {0,1}, ZZBB {1,2}, RVMR {0,0}, VOVO {1,0}, OORZ {1,1},
16. BMMB {0,0}, MZVR {1,1}, ZZBB {0,1}, RVMR {1,1}, VOVO {0,1}, OORZ {1,2},
17. BMMB {1,1}, MZVR {0,2}, ZZBB {1,0}, RVMR {0,2}, VOVO {1,1}, OORZ {0,0},
18. BMMB {1,0}, MZVR {0,2}, ZZBB {1,1}, RVMR {0,1}, VOVO {1,0}, OORZ {0,2},
19. BMMB {2,0}, MZVR {1,1}, ZZBB {1,0}, RVMR {0,2}, VOVO {2,0}, OORZ {0,0},
20. BMMB {1,0}, MZVR {0,1}, ZZBB {0,1}, RVMR {0,2}, VOVO {1,0}, OORZ {1,1},
21. BMMB {0,1}, MZVR {0,1}, ZZBB {1,0}, RVMR {1,0}, VOVO {2,0}, OORZ {1,2},
22. BMMB {2,0}, MZVR {0,2}, ZZBB {2,1}, RVMR {0,1}, VOVO {0,0}, OORZ {0,1},
23. BMMB {1,0}, MZVR {0,2}, ZZBB {2,0}, RVMR {0,1}, VOVO {0,1}, OORZ {0,3},
24. BMMB {1,0}, MZVR {0,2}, ZZBB {0,2}, RVMR {0,2}, VOVO {0,0}, OORZ {2,0},
25. BMMB {0,1}, MZVR {0,2}, ZZBB {1,0}, RVMR {1,2}, VOVO {0,1}, OORZ {0,1},
26. BMMB {0,1}, MZVR {0,2}, ZZBB {0,0}, RVMR {1,1}, VOVO {1,2}, OORZ {0,1},

27. BMMB {0,0}, MZVR {1,2}, ZZBB {0,1}, RVMR {1,2}, VOVO {1,0}, OORZ {0,2},
28. BMMB {0,0}, MZVR {1,1}, ZZBB {2,0}, RVMR {0,1}, VOVO {0,0}, OORZ {2,0},
29. BMMB {0,1}, MZVR {1,3}, ZZBB {1,0}, RVMR {0,3}, VOVO {1,0}, OORZ {0,2},
30. BMMB {1,1}, MZVR {1,0}, ZZBB {0,0}, RVMR {0,1}, VOVO {1,1}, OORZ {0,2},

b) Dinamični mastermind

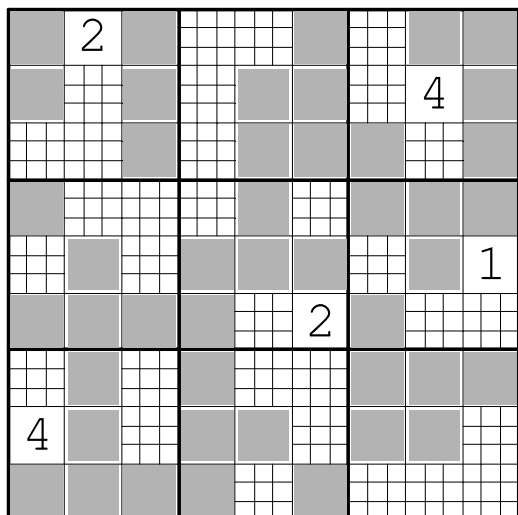
NALOGE:

1. {{BBMM, {0, 0}}, {ZZRV, {0, 1}}, {OORO, {2, 1}}, {BVBB, {0, 0}}}
2. {{BBMM, {0, 0}}, {ZZRV, {0, 2}}, {OOZR, {2, 0}}, {BOVV, {2, 0}}}
3. {{BBMM, {0, 0}}, {ZZRV, {0, 2}}, {OOZR, {0, 3}}, {BRBZ, {0, 1}}}
4. {{BBMM, {0, 0}}, {ZZRV, {1, 1}}, {ZZOO, {1, 0}}, {BRRO, {0, 2}}}
5. {{BBMM, {0, 0}}, {ZZRV, {2, 0}}, {ZOZO, {0, 1}}, {BBRR, {0, 0}}}
6. {{BBMM, {0, 0}}, {ZZRV, {0, 3}}, {ROVZ, {1, 3}}, {BBZR, {1, 1}}}
7. {{BBMM, {0, 0}}, {ZZRV, {0, 3}}, {ROVZ, {1, 3}}, {BBZR, {2, 0}}}
8. {{BBMM, {0, 0}}, {ZZRV, {1, 2}}, {ZRVV, {2, 1}}, {BBVV, {1, 1}}}
9. {{BBMM, {0, 0}}, {ZZRV, {2, 1}}, {BZRR, {1, 0}}, {BBVO, {0, 1}}}
10. {{BBMM, {0, 0}}, {ZZRV, {2, 1}}, {BZRR, {1, 1}}, {BBRO, {2, 0}}}
11. {{BBMM, {0, 0}}, {ZZRV, {3, 0}}, {ZRRO, {1, 0}}, {BBBZ, {1, 0}}}
12. {{BBMM, {0, 0}}, {ZZRV, {3, 0}}, {ZRRO, {3, 0}}, {BBBV, {1, 0}}}
13. {{BBMM, {0, 0}}, {ZZRV, {0, 4}}, {BRBB, {0, 1}}}
14. {{BBMM, {0, 1}}, {MZRR, {0, 0}}, {BVBV, {0, 2}}, {BBBV, {2, 0}}}
15. {{BBMM, {0, 1}}, {MZRR, {0, 0}}, {BVBV, {2, 0}}, {BBBV, {1, 1}}}
16. {{BBMM, {0, 1}}, {MZRR, {0, 1}}, {MVBV, {0, 1}}, {BROO, {0, 2}}}
17. {{BBMM, {0, 1}}, {MZRR, {0, 1}}, {MVBV, {0, 2}}, {BOVZ, {0, 2}}}
18. {{BBMM, {0, 1}}, {MZRR, {0, 1}}, {MVBV, {1, 2}}, {ZBOV, {2, 0}}}
19. {{BBMM, {0, 1}}, {MZRR, {1, 0}}, {BVBZ, {0, 1}}, {BMVO, {2, 1}}}
20. {{BBMM, {0, 1}}, {MZRR, {0, 2}}, {ZMZV, {1, 0}}, {MOBZ, {0, 1}}}
21. {{BBMM, {0, 1}}, {MZRR, {1, 1}}, {RRBV, {1, 1}}, {BMOV, {0, 1}}}
22. {{BBMM, {0, 1}}, {MZRR, {2, 0}}, {BVRV, {0, 0}}, {BBZO, {1, 0}}}
23. {{BBMM, {0, 1}}, {MZRR, {2, 0}}, {BVRV, {1, 0}}, {BBBO, {0, 0}}}
24. {{BBMM, {0, 1}}, {MZRR, {2, 0}}, {BVRV, {0, 3}}}
25. {{BBMM, {0, 1}}, {MZRR, {0, 3}}, {MZVV, {1, 1}}}
26. {{BBMM, {0, 1}}, {MZRR, {0, 3}}, {MZVV, {2, 1}}}
27. {{BBMM, {0, 1}}, {MZRR, {1, 2}}, {ZMRV, {1, 1}}, {BBBB, {0, 0}}}
28. {{BBMM, {0, 1}}, {MZRR, {1, 2}}, {ZMRV, {2, 2}}, {BBBZ, {1, 0}}}
29. {{BBMM, {0, 1}}, {MZRR, {2, 1}}, {MRMV, {2, 1}}}
30. {{BBMM, {1, 0}}, {BZRR, {0, 0}}, {BVMV, {0, 1}}}
31. {{BBMM, {1, 0}}, {BZRR, {0, 0}}, {BVMV, {2, 0}}, {BBBV, {0, 1}}}
32. {{BBMM, {1, 0}}, {BZRR, {0, 1}}, {BVMV, {0, 2}}, {MOVZ, {0, 3}}}

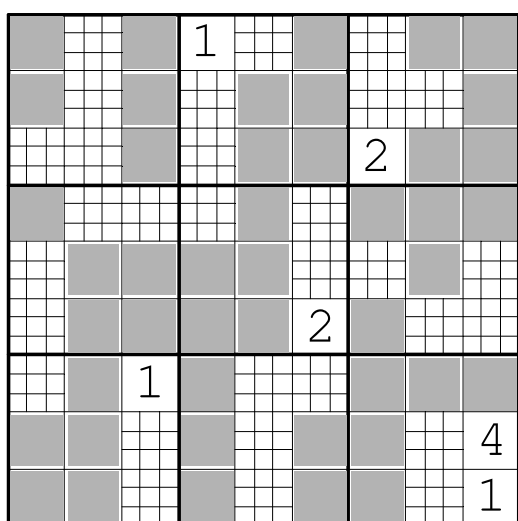
Sudoku

Reši spodnje naloge. Naloga 12 na naslednji strani je nagradna. Rešitve pošljite do 15.10.2006 na naslov *Logika, Svetčeva pot 11, 1241 Kamnik*.

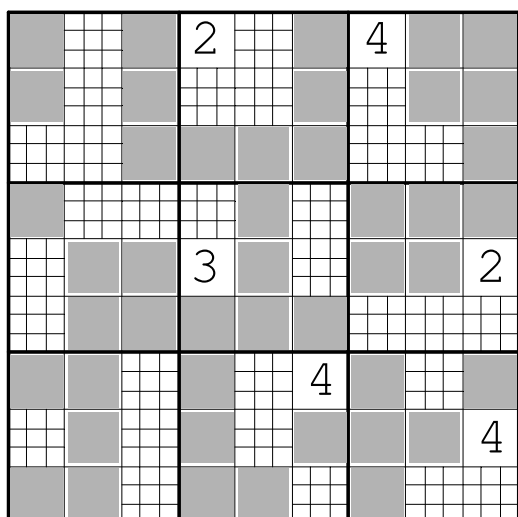
1.



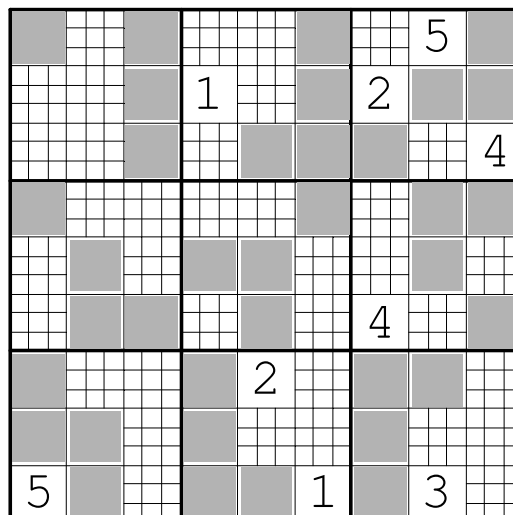
2.



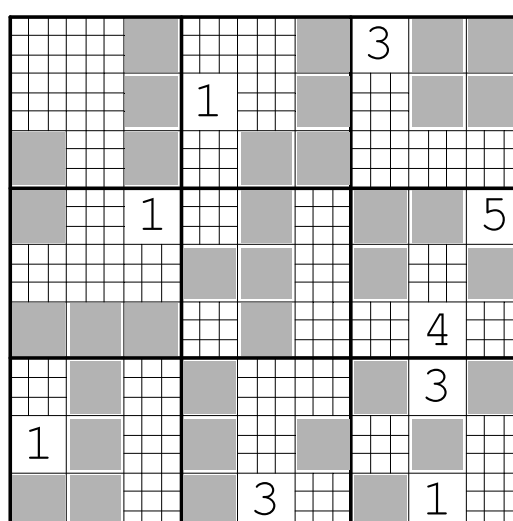
3.



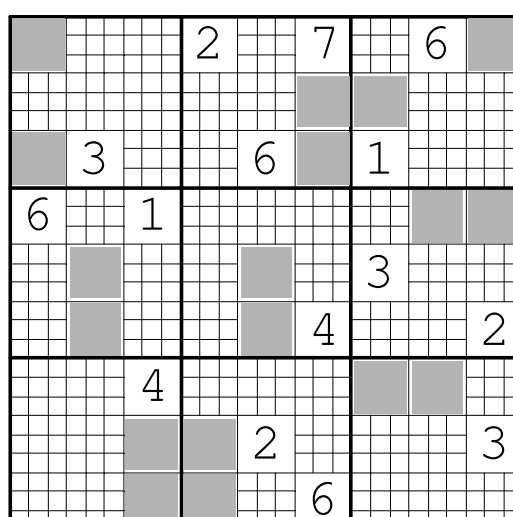
4.



5.



6.



7.

		5	2			8		
						3	4	7
			3	6				
	3							6
		4				3		
	8					2		
				7				4
		4			5			
			8				7	2

8.

		5		4				
						2		
	4			7	8			
		3			2	8	5	7
4		7					1	
	7			1		4	6	
				3				1

9.

			1	4		3		
		6						4
		8						
2		3	4	8				
							1	3
	7							
			7	2				6
					1	5	3	
					5	4		

10.

		4				5		9
			1				4	
				6	8		2	
	5		3		4			
				9				
		7			2			
9				1			6	
		3					1	4
	7						9	2

11.

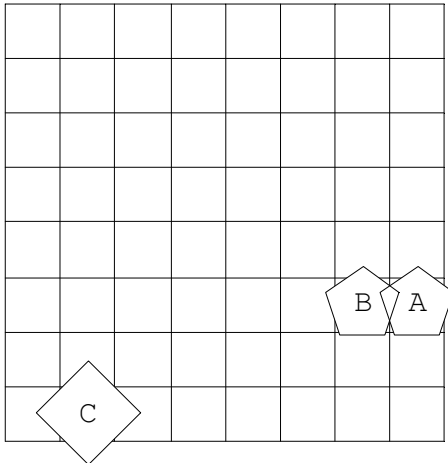
				7	5	6	8	
	2			6		3		
					8			
				7			9	
1	5					7		
		9	8		4			5
		1					8	
						3	6	7
			7		5			1

12. Nagradna naloga

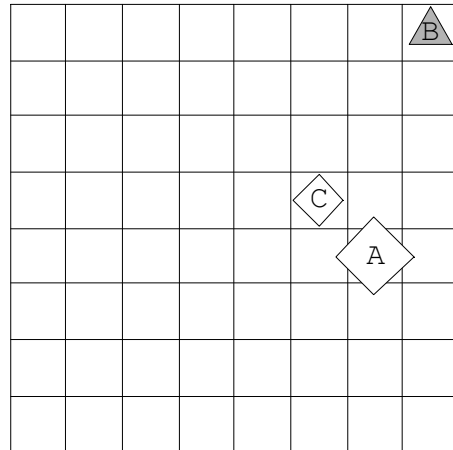
	1			8	5			
		1		9		2	8	
						3	4	
			5	7		9		
					2			
	7	9	6					
5		1						3
	8		9				6	1
	9	3				4		

Rešitve (razen za nalogo 12) so na strani 8.

1. situacija



2. situacija



Rešitev je na strani 8.

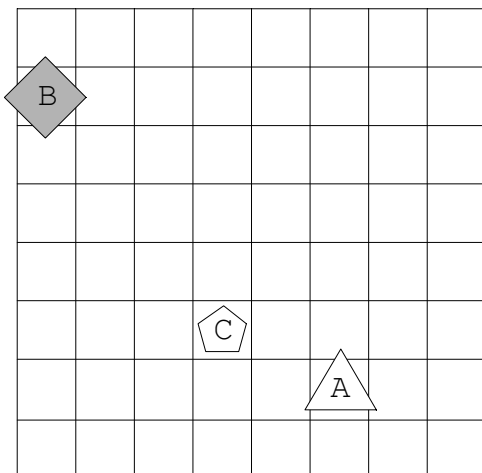
Nagradna naloga

Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov, podanih v 2 svetovih. Rešitve pošljite do 15.10.2006 na naslov Logika, Svetčeva pot 11, 1241 Kamnik.

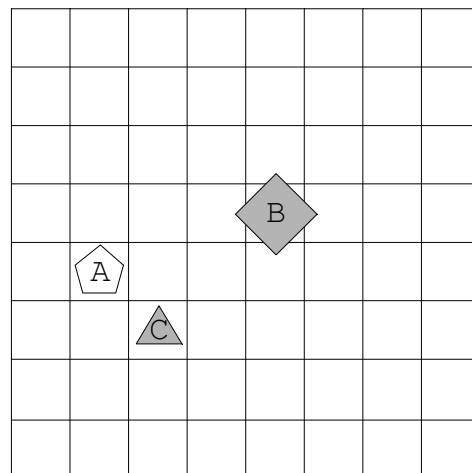
1. Ali lik B ni kvadrat ali je lik D kvadrat.
2. Ali je lik A bel ali lik A ni trikotnik.
3. Lik C ni velik ali je lik C srednje velikosti.
4. Lik C ni bel in lik D je bel.
5. Lik C ni bel ali lik B ni srednje velikosti.
6. Lik D ni kvadrat ali je lik D majhen.
7. Lik B je petkotnik ali lik D ni srednje velikosti.
8. Ali lik C ni trikotnik ali je lik D velik.
9. Če je lik B siv, potem lik A ni trikotnik.
10. Lik D je bel in lik B je bel.
11. Ni res, da: lik C ni bel, če in samo če je lik B bel.
12. Ni res, da: če lik C ni trikotnik, potem lik A ni velik.
13. Ni res, da: ali lik A ni bel ali je lik A siv.
14. Ni res, da: lik A je trikotnik ali je lik B trikotnik.
15. Ni res, da: lik D je trikotnik, če in samo če lik B ni majhen.
16. Ni res, da: ali lik D ni srednje velikosti ali lik B ni trikotnik.
17. Ni res, da: lik C je trikotnik in lik C ni bel.
18. Ni res, da: lik A je bel ali lik D ni kvadrat.
19. Ni res, da: lik B ni siv in lik B ni majhen.
20. Ni res, da: ali je lik A velik ali je lik D siv.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1																				
2																				

1. situacija



2. situacija



Križne vsote

Križne vsote so neka vrsta številske križanke. Na Japonskem se ta uganka imenuje kakoru in je po popularnosti takoj za sudokuj.

	10	11					
5						8	3
12			12		4		
	12			11			
		13		6			
			5				

	12	17
15	7	8
14	5	9

Več o uganki preberite na "http://en.wikipedia.org/wiki/Cross_Sums".

Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števki od 1 do 9, tako, da je vsota števk v zaporednih belih kvadratih po vrsticah in stolpcih enaka številu, ki je zapisano v črnem kvadratu na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem pa morajo biti vse številke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.

Pri reševanju nam je v veliko pomoč tabela možnih vsot. Naštejmo nekaj vsot:

$$3=1+2, 4=1+3, 5=1+4=2+3, 6=1+5=2+4=1+2+3,$$

$$7=1+6=2+5=3+4=1+2+4,$$

$$8=1+7=2+6=3+5=1+3+4=1+2+5.$$

Vzemimo zdaj zelo enostaven primer:

	12	17
15		
14		

Ker je $17=8+9$, v drugi stolpec lahko vpišemo 8 in 9 ali obratno 9 in 8. Zadnja kombinacija odpade, ker bi imeli prvo vrstico 6, 9 in zato prvi stolpec 6, 6. Vendar ne smeta biti enaki številki v istem stolpcu. Torej je rešitev:

Naloge:

1.

	12	4
11		
5		

2.

	13	8
5		
16		

3.

	10	8	16
24			
10			

Rešitve so na strani 8.

