Razpis 17. državnega tekmovanja v razvedrilni matematiki

17. državno tekmovanje iz razvedrilne matematike bo potekalo v soboto, 30. septembra 2006, na Fakulteti za elektrotehniko v Ljubljani.

Na tekmovanje se lahko učenci 6., 7., 8. in 9. razreda devetletne OŠ, dijaki in študentje (oz. odrasli) prijavijo na tri načine:
1) Preko šolskega tekmovanja, ki ga mora izvesti njihova šola do 3. julija 2006. Naloge za šolsko tekmovanje bodo šole pripravile same in opravile tudi izbor učencev. Vsaka šola lahko prijavi na državno tekmovanje največ enega učenca za vsak razred ali letnik, seznam tekmovalcev pa naj pošlje na uredništvo revije L&RM do 1. 8. 2006.
2) Tako kot prejšnja leta se lahko tekmovalci prijavijo z reševanjem nalog v reviji L&RM. Rešiti morajo čim več nalog iz rubrike *Tekmujmo v razvedrilni matematiki* iz te številke. Rešitve nalog morajo poslati do 28. avgusta na naslov **Logika d.o.o., Svetčeva 11, 1240 Kamnik,** s pripisom "**Za tekmovanje**" v navadni (**nepriporočeni**) pošiljki. Poznejših prijav zaradi velikega števila tekmovalcev ne bomo upoštevali. Učenci, študentje in dijaki naj pripišejo razred oziroma letnik, ki ga bodo jeseni obiskovali. *Te podatke navedite tudi na kuverti.* Na tekmovanje bodo povabljeni tekmovalci, ki bodo pravilno rešili največ nalog (pri čemer bomo seveda upoštevali starost tekmovalca).
3) Prvih pet tekmovalcev iz vsake skupine na 16. državnem tekmovanju iz razvedrilne matematike se uvrsti na tekmovanje s prijavo in rešitvijo ene same naloge.

Imena uvrščenih tekmovalcev bodo objavljena na internetni strani http://torina.fe.uni-lj.si/~izidor/RM/ do 14. septembra 2006.
Člani tekmovalnih komisij, ki želijo tudi tekmovati, naj to sporočijo do 14.9.2006.

8. državno tekmovanje iz prostorske predstavljivosti

Šolska tekmovanja so se pričela 7. aprila
in bodo trajala do 7. 9. 2006 do 11.00.
8. državno tekmovanje se je pričelo 7. aprila
in bo trajalo do 7. 9. 2006 do 11.00.
Mednarodna olimpiada št. 6 se je začela 7.4.

in bo trajala do 7. 9. 2006 do 11.00.

4. državno tekmovanje iz matematične logike
(prek medmrežja)

Tekmovanje se začne 7. aprila 2006 in se konča 7. septembra 2006 ob 11.00.

Olimpiada številka 3 bo potekala od 7. aprila do 7. septembra 2006. Naslov olimpiade je: **http://olympiad.fe.uni-lj.si/Logika**.

3. tekmovanje za priznanje Logične pošasti

Trajanje:

Tekmovanje se prične 2. junija 2006 in se konča 7. septembra 2006 ob 11.00.

Domača stran:

http://torina.fe.uni-lj.si/~izidor/LinRM/Posast/index.htm

Za pristop k tekmovanju morate izbrati geslo iz 8-ih črk in števk, ki ga boste uporabljali tudi pri nadaljnjih poskusih. Nato vpišete ime in priimek ter naslov. Seveda lahko uporabite tudi psevdonim, ki pa bo vpisan tudi v morebitni diplomi.

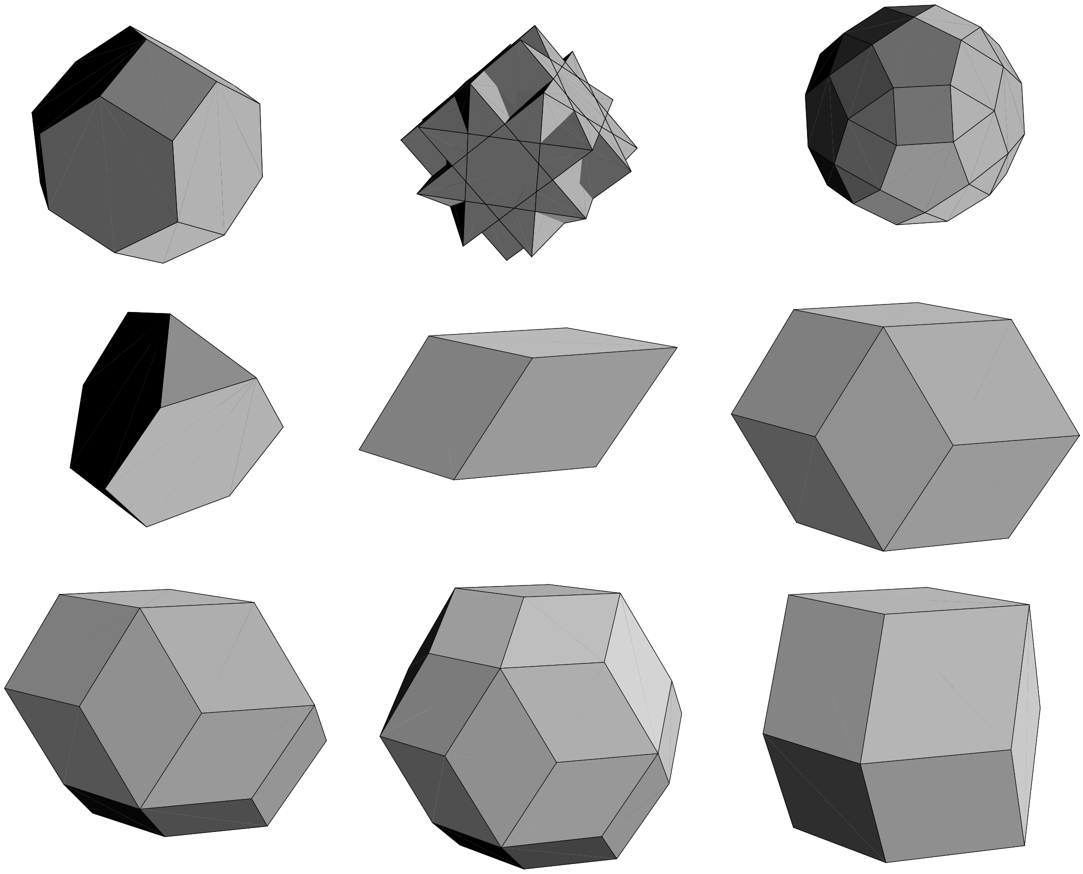
Izberete disciplino in nato pritisnete gumb za začetek. Učenci osnovnih šol tekmujejo v disciplini "Svet s 3 elementi". Dijaki srednjih šol tekmujejo v disciplini "Svet s 4 elementi".

Druga tekmovanja prek medmrežja: http://torina.fe.uni-lj.si/~izidor/

- Ugotavljane simetrij
- Medmrežno tekmovanje iz matematike za maturante in študente
- Ali poznaš Slovenijo?

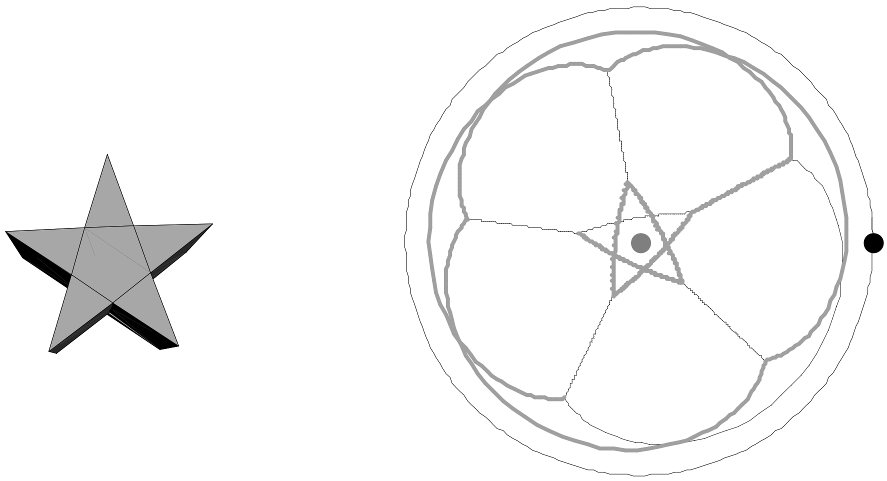
Tekmujmo v razvedrilni matematiki

1.) Telesom določi tip rotacijske simetrije:

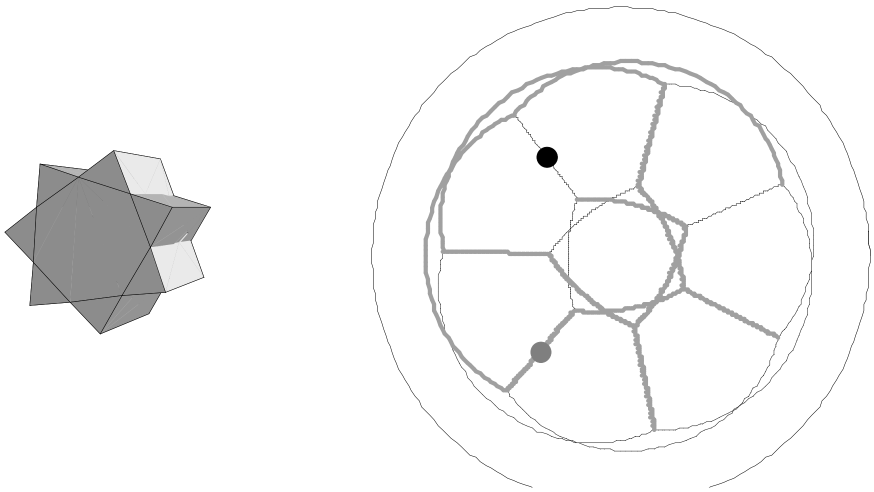


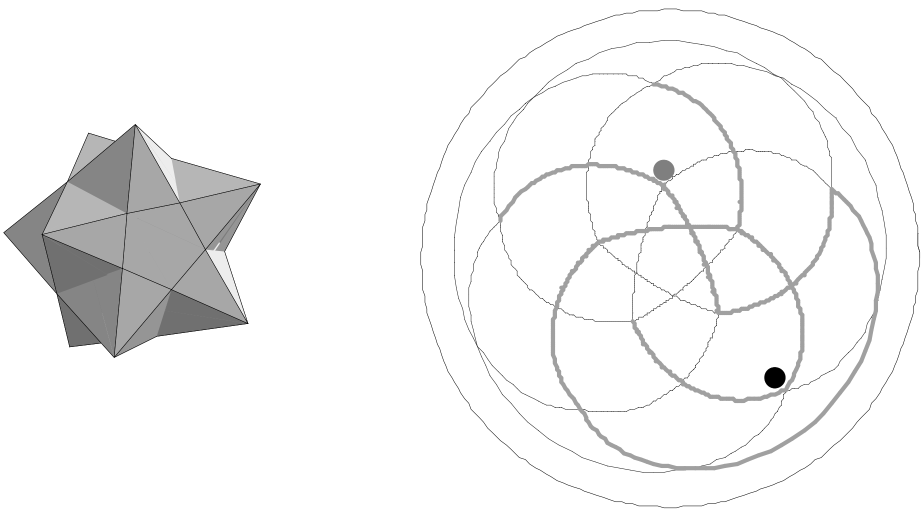
2.) Mejne ploskve uniformnih poliedrov so pravilni mnogokotniki, med katere moramo šteti tudi zvezdaste mnogokotnike. Črna in siva pika na labirintu sta projekciji središč dveh mejnih ploskev telesa (v prvem primeru sta to peterokraki zvezdi, ki sta osnovni ploskvi telesa). Poišči najkrajšo pot med njima.

a)



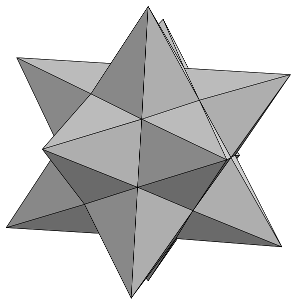
b)

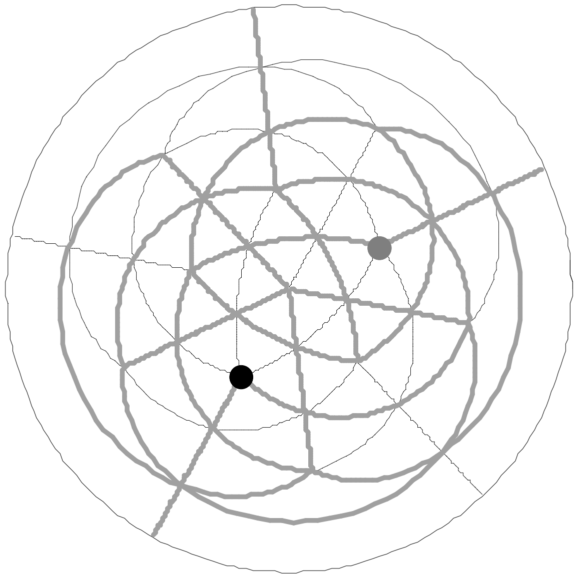




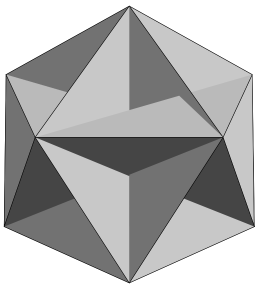
c)

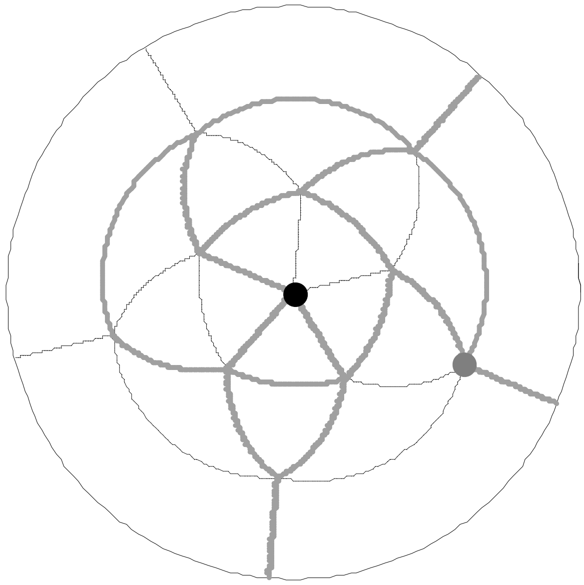
d)



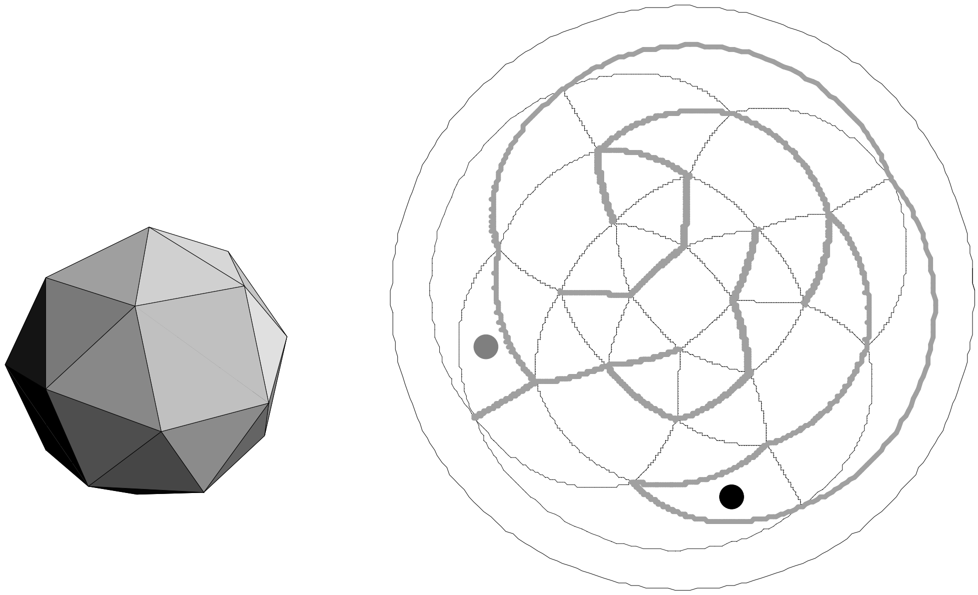


e)

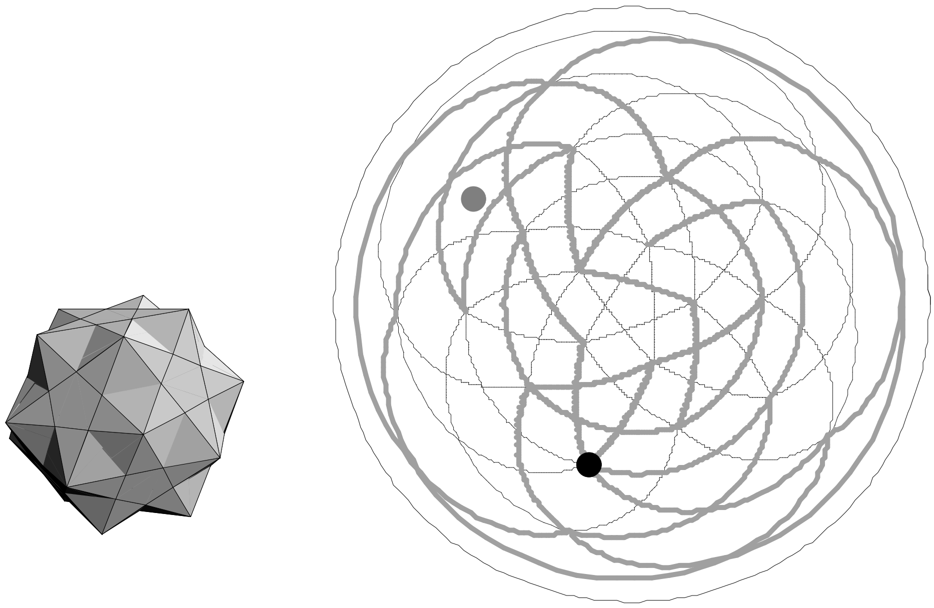




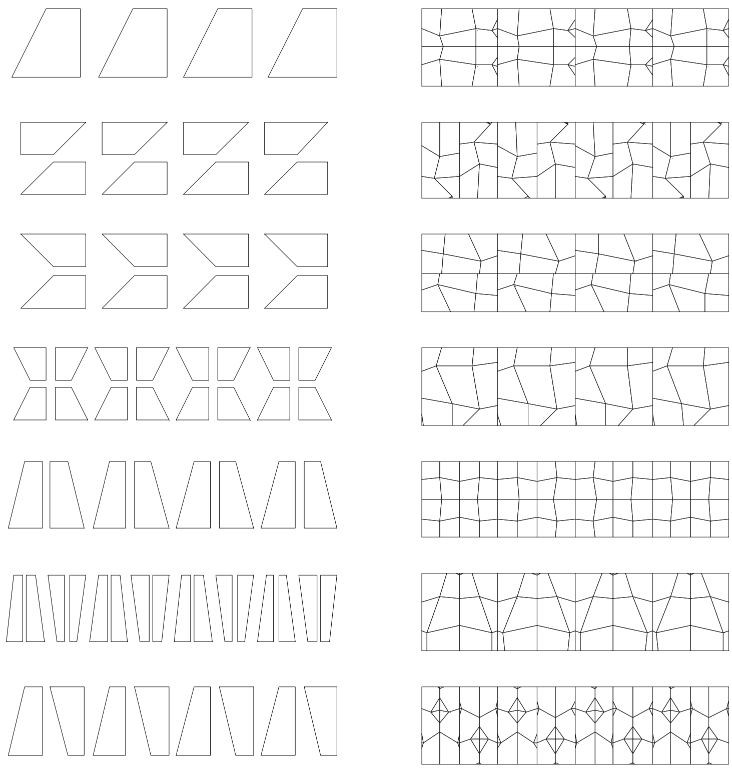
f)



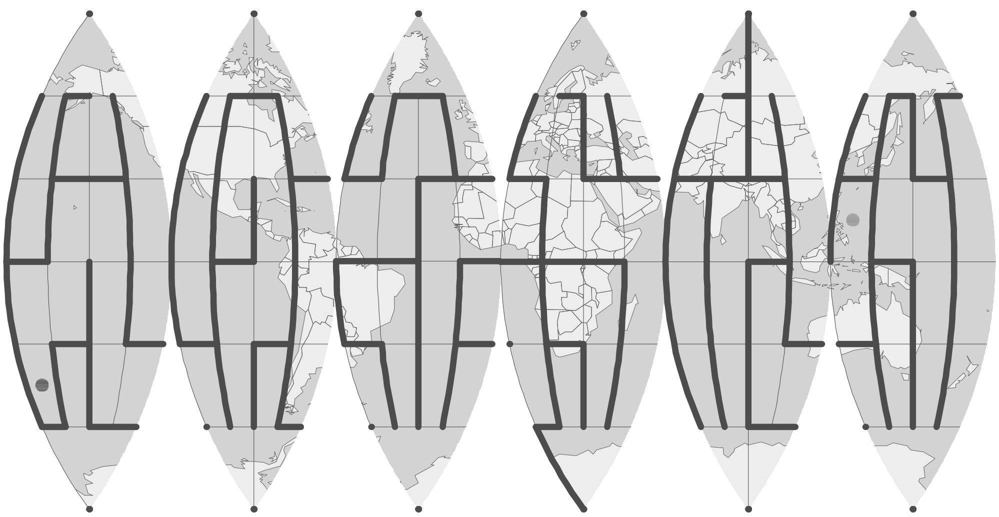
g)



3.) S črto poveži vsako sliko iz levega stolpca s tisto sliko iz desnega stolpca, ki ustreza isti grupi.



4.) Reši labirint:

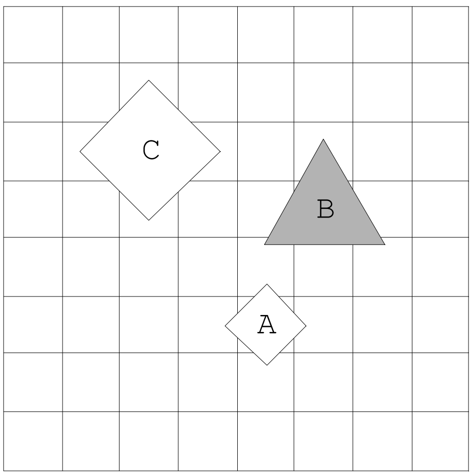


5.) Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov, podanih v 2 svetovih:

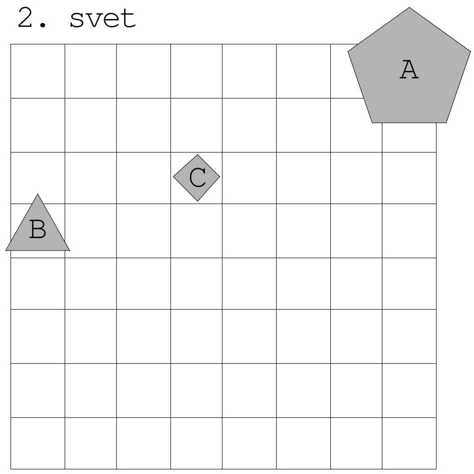
1. Biti siv lik je zadosten pogoj za biti petkotnik.
2. Biti velik lik je zadosten pogoj za biti petkotnik.
3. Biti majhen lik je zadosten pogoj za biti siv lik.
4. Biti bel lik je zadosten pogoj za biti trikotnik.
5. Biti petkotnik je samo zadosten pogoj za biti velik lik.
6. Biti bel lik je samo zadosten pogoj za biti lik srednje velikosti.
7. Biti trikotnik je samo zadosten pogoj za biti lik srednje velikosti.
8. Biti velik lik je samo zadosten pogoj za biti velik lik.
9. Biti kvadrat je potreben pogoj za biti bel lik.
10. Biti velik lik je potreben pogoj za biti bel lik.
11. Biti siv lik je potreben pogoj za biti majhen lik.
12. Biti siv lik je potreben pogoj za biti majhen lik.
13. Biti velik lik je samo potreben pogoj za biti velik lik.
14. Biti lik srednje velikosti je samo potreben pogoj za biti lik srednje velikosti.
15. Biti petkotnik je samo potreben pogoj za biti siv lik.
16. Biti petkotnik je samo potreben pogoj za biti trikotnik.
17. Biti velik lik je potreben in zadosten pogoj za biti trikotnik.
18. Biti velik lik je potreben in zadosten pogoj za biti petkotnik.
19. Biti majhen lik je potreben in zadosten pogoj za biti majhen lik.
20. Biti kvadrat je potreben in zadosten pogoj za biti petkotnik.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1																				
2																				

1. svet

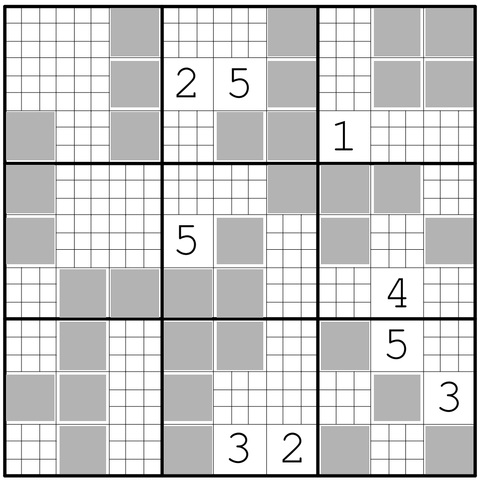


2. svet

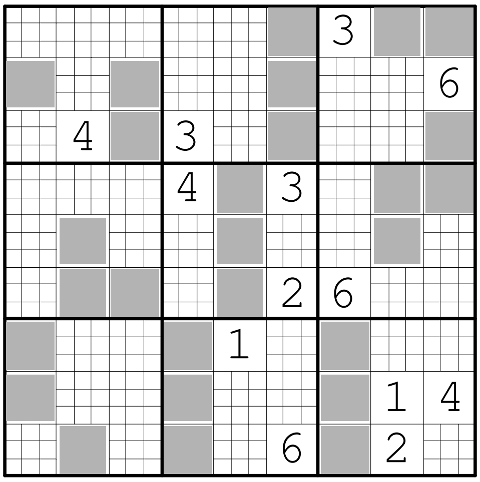


6.) Reši sudokuje:

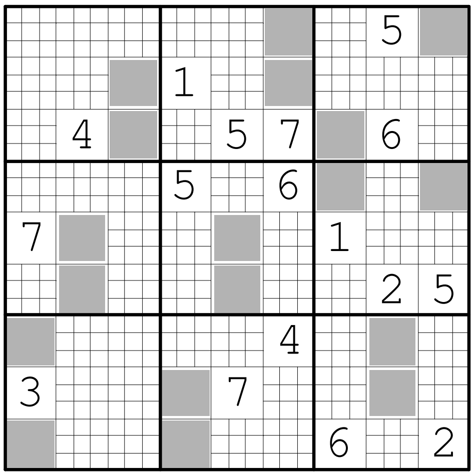
a)



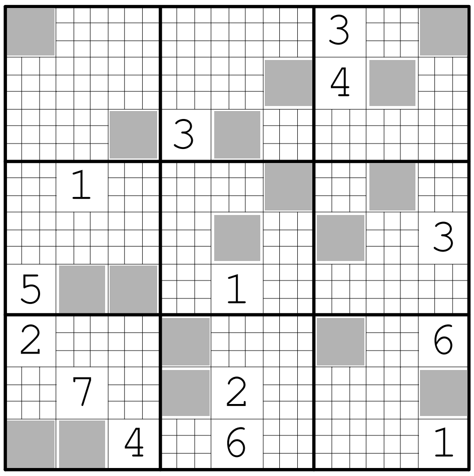
b)



c)



d)



e)

	2		3					
				6		2		
			5		2	6		8
					1			
						4		5
		1			4			3
					5	7		
		3					5	2

f)

			2				5	
			1					
				6				4
			5		1	8		
6								
					3		2	5
	4	1						8
		3			5	6		

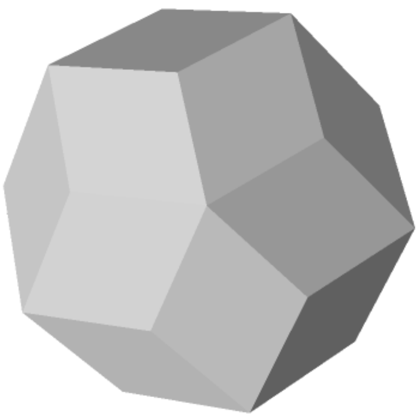
g)

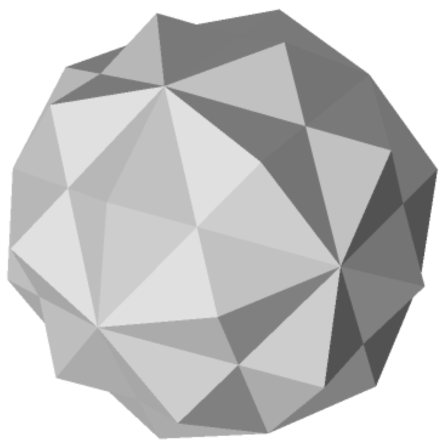
			1	4	8			
		7						6
						2		
		4		8	3			7
					7		1	2
					2	4		5
9			7		4		8	
							6	
	8			6				1

Ozvezdenje rombskega trideseterca

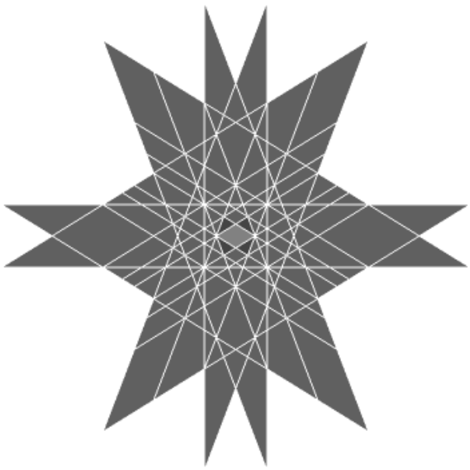
Postopek ozvezdenja je transformacija, ki razširi mejne ploskve izbranega poliederskega jedra, dokler se ne sekajo. Tako dobimo dodatne prostorninske enote, ki jim rečemo celice. Pri tem moramo ohraniti rotacijske simetrije jedra.

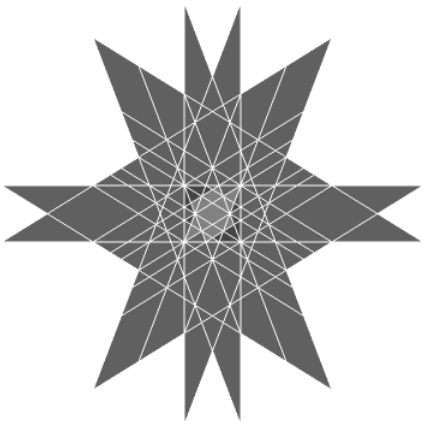
Postopek se izvaja od jedra navzven, dokler še obstajajo presečišča ravnin mejnih ploskev. Dovolj daleč od jedra so celice neskončne in ustreznih neskončnih ozvezdenj ne obravnavamo. Če si izberemo ravnino določene mejne ploskve in narišemo njene preseke z vsemi drugimi ravninani mejnih ploskev (razen tistih, ki so z izbrano vzporedne), dobimo diagram ozvezdenja. Pri pravilnih telesih en diagram zadostno opisuje celoten proces ozvezdenja. O ozvezdenjih dvajseterca smo že pisali.
Enako velja tudi za rombski trideseterec in rombski dvanajsterec. Oba imata za mejne ploskve skladne rombe.
Za dvajseterec so celice izbrane na osnovi Millerjevih pravil. Analogna pravila za rombski trideseterec bi dala 358833098 ozvezdenj, kar je l. 1989 pokazal P. Gingrich. Vsaj za trideseterec je smiselno dodatno omejiti ozvezdenja na t. i. *popolnoma podprta*.
Celice namreč sestojijo iz zgornjih (pozitivnih) in spodnjih (negativnih) mejnih ploskev. Zahtevamo, da nobena celica posameznega ozvezdenja ne kaže negativnih mejnih ploskev.
Pri tej omejitvi obstaja 226 ozvezdenj, 114 jih ima popolno ikozaedrsko simetrijo, 112 pa samo rotacijsko simetrijo ikozaedra (dvajseterca). Vsak od teh 112 nastopa v levi in desni inačici.
Pawley je leta 1975 prvi naštel teh 226 ozvezdenj.
Posebno podmnožico ozvezdenj predstavlja glavno zaporedje ozvezdenj. Ta ozvezdenja dobimo tako, da od jedra navzven vsakič dodamo nov sloj celic, ki popolnoma prekrije predhodno ozvezdje. Za trideseterec je to zaporedje prvi opisal Ede l. 1958. Zadnjemu ozvezdju pravimo *dokončno ozvezdje*.



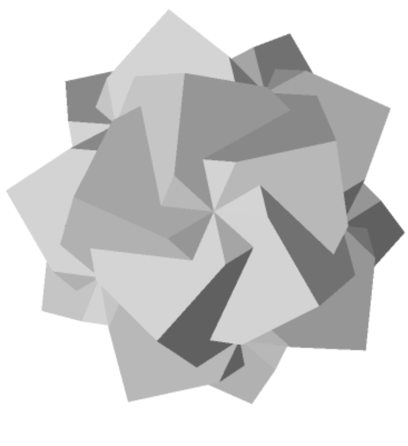


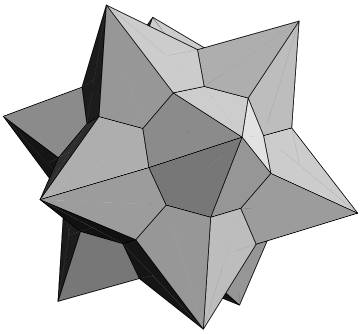
Na zgornjih slikah je prikazan trideseterec in prvo ozvezdenje, diagram ozvezdenja in *ploskev* ozvezdenja za prvo ozvezdenje.

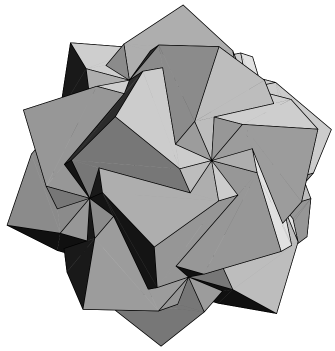


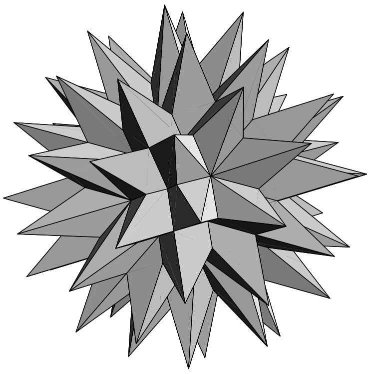


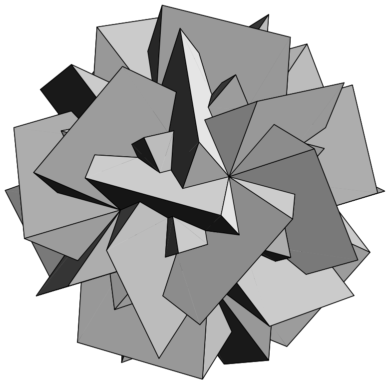
Zgornje slike prikazujejo ozvezdje številka 7.

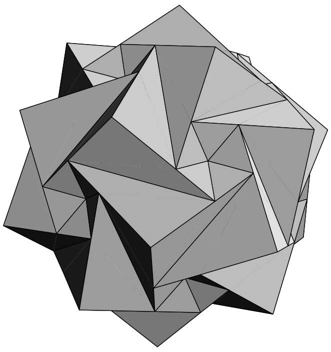


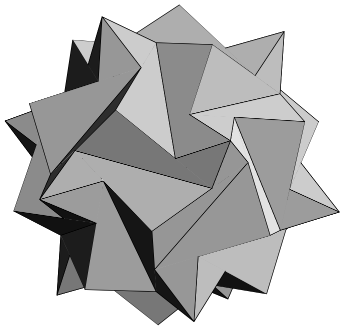


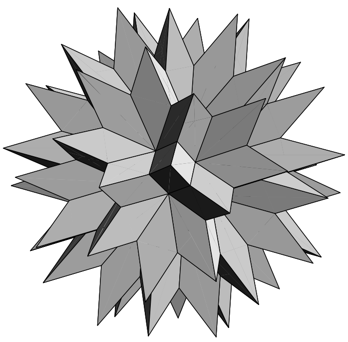
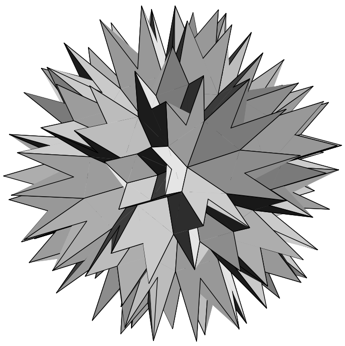


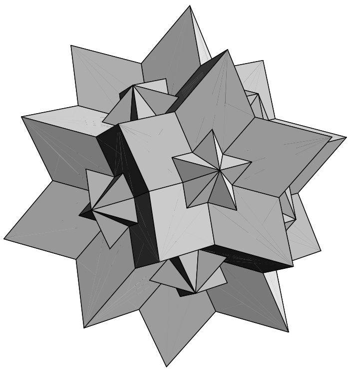
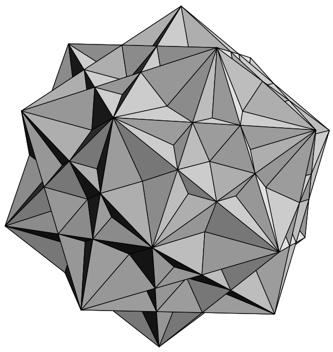




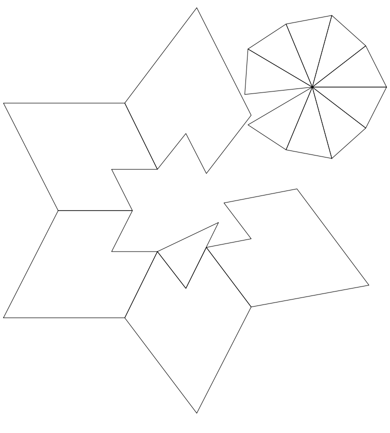




Zadnje tri slike prikazujejo dokončno ozvezdenje, veliki trideseterec in sestavo petih kock. Za izdelavo modelov potrebujemo mreže. Za izdelavo velikega trideseterca potrebujemo dvanajst kopij spodnje slike.



I.H.

Potreben in zadosten pogoj

V matematiki pogosto namesto običajnih izjavnih povezav in kvantifikatorjev uporabljamo za izražanje matematičnih trditev tudi druge pojme. Takšna izraza sta tudi »potreben« in »zadosten«.

Poglejmo si nekaj trditev:
1. Če je število deljivo s 6, potem je deljivo tudi s 3.
2. Če je število deljivo z 2 in 3, potem je deljivo s 6, in obratno.
3. Če sta kota prava, potem sta enaka.
4. Če sta v trikotniku dve stranici enaki, potem sta tudi dva kota enaka.
5. Če sta v trikotniku dva kota enaka, potem sta taki tudi dve stranici.

Prvo trditev lahko povemo še drugače:
Deljivost s 6 je zadosten pogoj za deljivost s 3.
Deljivost s 3 je potreben pogoj za deljivost s 6.
Lahko pa bi povedali še več:
Deljivost s 6 je zadosten, vendar pa ni potreben pogoj za deljivost s 3.
To povemo še krajše:
Deljivost s 6 je samo zadosten pogoj za deljivost s 3.
Podobno:
Deljivost s 3 je samo potreben pogoj za deljivost s 6.
To pomeni še, da obstaja število, ki je deljivo s 3 in ni deljivo s 6.
V splošnem pravimo:
»Lastnost A je zadosten pogoj za lastnost B.« ali »Lastnost B je potreben pogoj za A.«
namesto »Za vsak x: če je A(x), potem je B(x).«
Torej A ni zadosten pogoj za B, če obstaja tak x, da je A(x) in ni B(x).
Enako: »Za vsak x, če ni B(x), potem ni A(x).«
Torej B ni potreben pogoj za A, če obstaja tak x, da ni B(x) in je A(x).
V drugem primeru pa pravimo:
Deljivost z 2 in 3 je *potreben in zadosten pogoj* za deljivost s 6.

Naloga

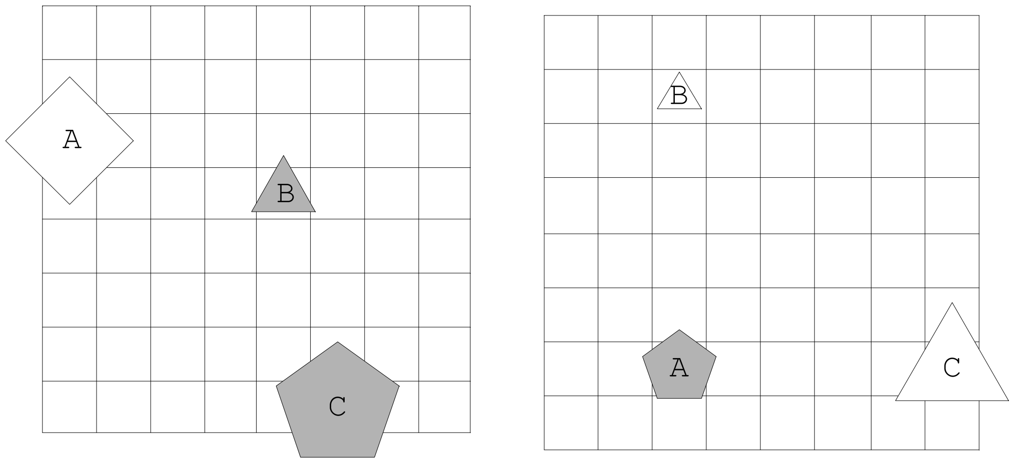
Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov, podanih v dveh svetovih.

1. Biti kvadrat je zadosten pogoj za biti trikotnik.
2. Biti trikotnik je zadosten pogoj za biti majhen lik.
3. Biti kvadrat je zadosten pogoj za biti petkotnik.
4. Biti velik lik je zadosten pogoj za biti trikotnik.
5. Biti majhen lik je samo zadosten pogoj za biti majhen lik.
6. Biti petkotnik je samo zadosten pogoj za biti lik srednje velikosti.
7. Biti petkotnik je samo zadosten pogoj za biti velik lik.
8. Biti siv lik je samo zadosten pogoj za biti lik srednje velikosti.
9. Biti lik srednje velikosti je potreben pogoj za biti velik lik.
10. Biti siv lik je potreben pogoj za biti petkotnik.
11. Biti siv lik je potreben pogoj za biti majhen lik.
12. Biti majhen lik je potreben pogoj za biti majhen lik.
13. Biti majhen lik je samo potreben pogoj za biti kvadrat.

14. Biti bel lik je samo potreben pogoj za biti majhen lik.
15. Biti trikotnik je samo potreben pogoj za biti trikotnik.
16. Biti bel lik je samo potreben pogoj za biti siv lik.
17. Biti trikotnik je potreben in zadosten pogoj za biti bel lik.
18. Biti bel lik je potreben in zadosten pogoj za biti velik lik.
19. Biti petkotnik je potreben in zadosten pogoj za biti trikotnik.
20. Biti velik lik je potreben in zadosten pogoj za biti velik lik.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1																				
2																				

1. svet 2. svet



Prvi stavek se sliši kot nesmisel, vendar pa je v drugem svetu resničen, saj je vsak kvadrat tudi trikotnik, ker kvadratov sploh ni.
Drugi stavek je seveda neresničen, saj imamo v 1. svetu trikotnik, ki je srednje velikosti, v 2. svetu pa velik trikotnik.
Sedmi stavek je resničen, saj je vsak petkotnik velik, obratno pa ni res, saj obstaja velik lik, ki ni petkotnik, to je lik A v 1. svetu.
Biti siv lik je potreben pogoj za biti petkotnik, saj je vsak petkotnik siv, ali drugače, ne obstaja petkotnik, ki ne bi bil siv.
Biti bel lik je samo potreben pogoj za biti majhen lik, saj so vsi majhni liki beli. Ni pa zadosten pogoj, saj niso vsi beli liki majhni.
Biti trikotnik je potreben in zadosten pogoj za biti bel lik, je res v 2. svetu, saj je vsak trikotnik bel in vsak bel lik je trikotnik (čeprav gre samo za en lik).

Rešitev:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	N	N	N	N	N	N	R	N	N	R	R	R	N	R	N	N	N	N	N	R
2	R	N	R	R	N	N	N	N	N	R	N	R	R	R	N	N	R	N	N	R