14. DRŽAVNO TEKMOVANJE V RAZVEDRILNI MATEMATIKI

Rešitve nalog za peti in šesti razred osnovne šole

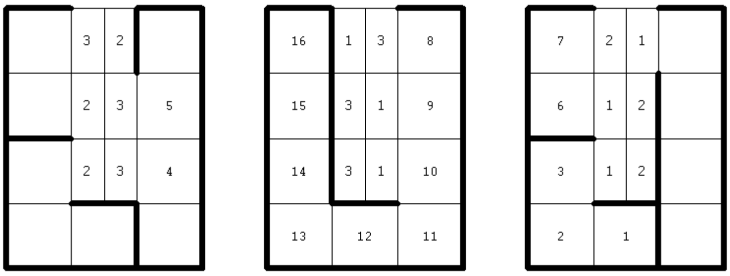
1. Ravninske grupe

Pravilno zaporedje številčenja slik je: 6, 16, 15, 10, 7, 5, 17, 13, 12, 3, 1, 4, 11, 8, 9, 14, 2.

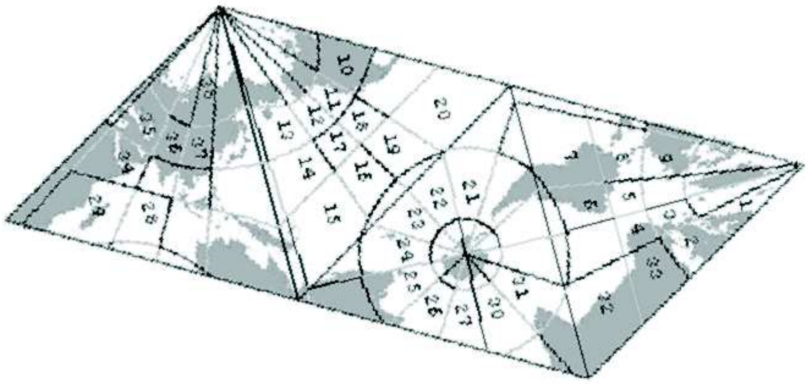
2. Linearne grupe

Pravilno zaporedje številčenja slik je: 1, 3, 5, 4, 6, 7, 2.

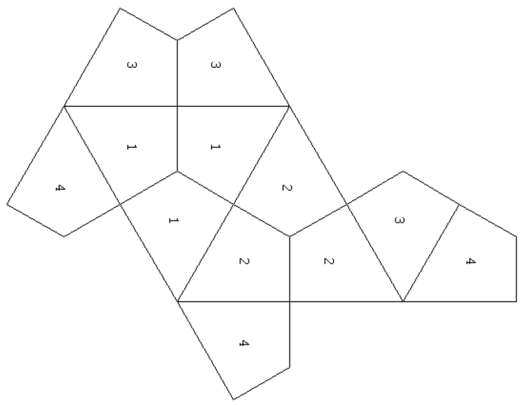
3. Labirint na Riemannovi ploskvi



4. Labirint na zemljevidu



5. Barvanje mrež poliedrov



6. Kriptaritem

Gotovo je A soda števka. Ker zmnožek $4 \cdot A$ nima prenosa, je $A = 2$. Potem je $E = 8$. Tudi zmnožek $4 \cdot B$ je manjši od 10, zato je $B = 1$. Ker ima $4 \cdot E$ prenos 3, velja $4 \cdot D + 3 = \_\_B = \_\_1$, od tod pa sklepamo, da je $4 \cdot D = \_\_8$ in je $D = 7$. Za števko C ostanejo možnosti 3, 4, 5, 6 in 9. Vemo, da je $4 \cdot D + 3 = 31$, zato je prenos 3 in se mora zmnožek $4 \cdot C + 3$ končati na C. Edino $C = 9$ zadošča temu pogoju, zato je račun množenja enak $21978 \cdot 4 = 87912$.

7. Svetova

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.	R	N	N	R	R	N	R	R	R	R	N	N	R	N	R	R	N	N	R	R
2.	N	N	N	R	R	N	N	N	R	N	R	N	N	N	N	N	N	N	R	R

Rešitve nalog za sedmi in osmi razred osnovne šole

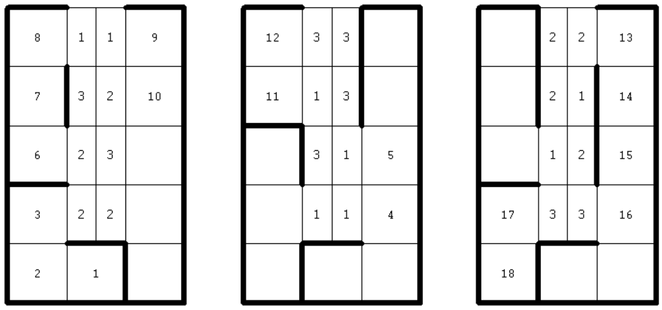
1. Ravninske grupe

Pravilno zaporedje številčenja slik je:
15, 1, 11, 3, 4, 5, 6, 12, 7, 10, 17, 8, 14, 13, 16, 2, 9.

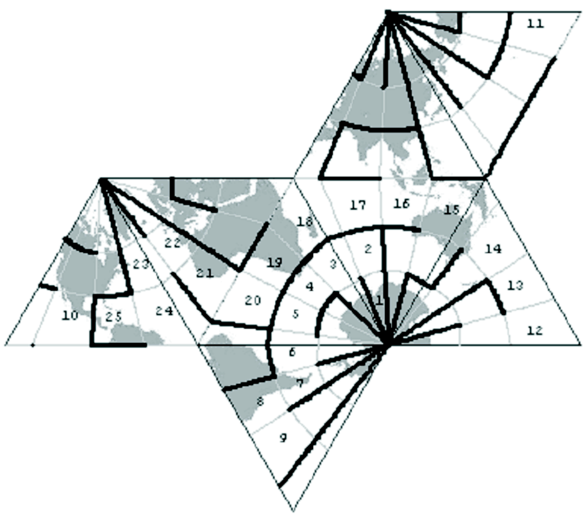
2. Linearne grupe

Pravilno zaporedje številčenja slik je:
4, 7, 2, 1, 6, 3, 5.

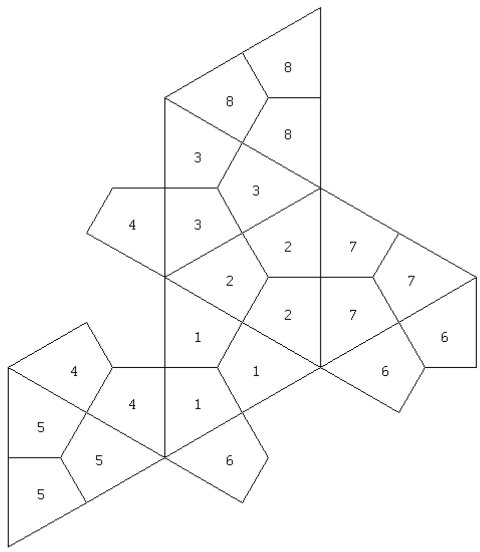
3. Labirint na Riemannovi ploskvi



4. Labirint na zemljevidu



5. Barvanje mrež poliedrov



6. Kriptaritem

Imamo le dva dvomestna kuba, zato je AS enako 27 ali 64. Toda 27 odpade, saj bi bil v tem primeru A enak 2 in JA ne bi mogel biti kvadrat, saj se noben kvadrat ne konča na 2. Tako je AS enako 64 in je A enak 6, S pa 4. Ker je JA kvadrat, je JA lahko enak 16 ali 36.
Vemo, da je JAP kvadrat. Če je $JA = 16$, mora biti $P = 9$ in enakost iz naloge zapišemo $CHINE + 64IE = 169ON$. Odtod vidimo, da je $C = 1$, kar ni mogoče, saj je že $J = 1$.
Če je $JA = 36$, mora biti $P = 1$ ($361 = 19^2$). Ker sta $CHINE$ in $JAPON$ enakomestni števili in je $J = 3$, je $C = 2$. Iz $2HINE + 64IE = 361ON$ sklepamo, da je $H = 9$ in da moramo imeti pri delni vsoti $I + 4$ prenos. Števki 6 in 9 sta že uporabljeni, zato je I lahko 7 ali 8.
Iz $CHINE + ASIE = JAPON$ sklepamo, da je N soda števka, možnosti pa sta le še dve: 0 ali 8. Vsota $E + E$ se torej konča na 0 ali 8. Če je $N = 8$, je E enako 4 ali 9, toda ne eno ne drugo ni mogoče, števki 4 in 9 sta že uporabljeni. Torej je $N = 0$ in zato $E = 5$. Iz $29I05 + 64I5 = 361O0$ končno sklepamo, da je $I = 7$ in $O = 8$.
Enakost v nalogi je $29705 + 6475 = 36180$.

7. Svetova

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.	R	R	N	N	R	N	N	R	R	R	R	N	N	R	N	N	N	N	R	R
2.	R	N	N	N	R	R	N	N	N	N	R	R	N	R	R	N	N	N	R	R

Rešitve nalog za prvi in drugi letnik srednje šole

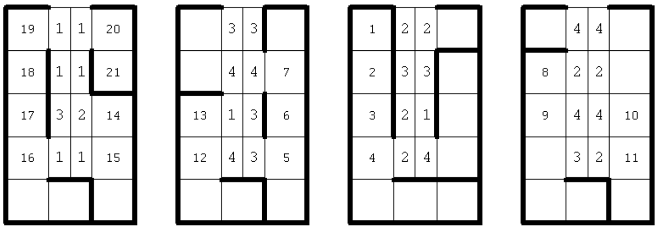
1. Ravninske grupe

Pravilno zaporedje številčenja slik je:
8, 11, 5, 2, 10, 17, 15, 7, 3, 14, 16, 9, 13, 12, 6, 4, 1.

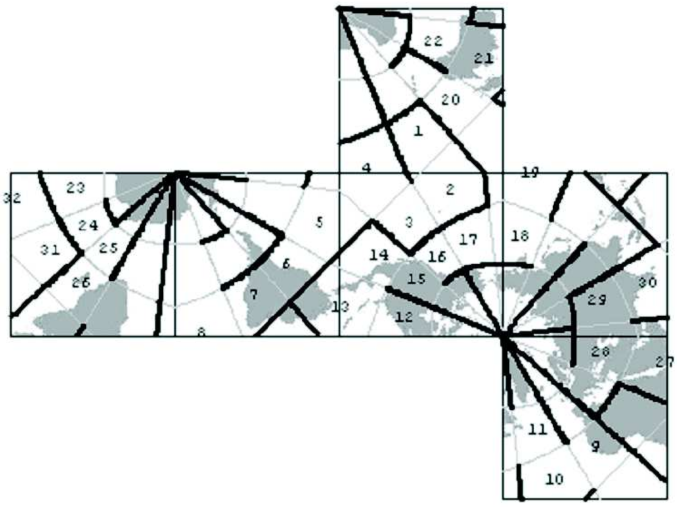
2. Linearne grupe

Pravilno zaporedje številčenja slik je:
5, 3, 7, 4, 2, 1, 6.

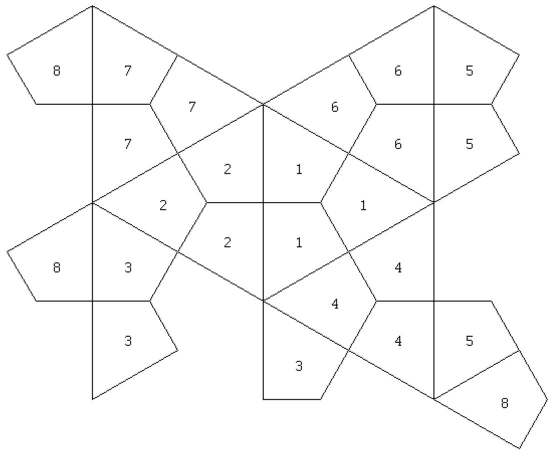
3. Labirint na Riemannovi ploskvi



4. Labirint na zemljevidu



5. Barvanje mrež poliedrov



6. Kriptaritem

Iz $1000 \cdot O + 100 \cdot D + 10 \cdot E + R = 18 \cdot (10 \cdot D + O + 10 \cdot O + R)$ dobimo $802 \cdot O + 10 \cdot E = 80 \cdot D + 17 \cdot R$, od koder sklepamo, da se $2 \cdot O$ konča na isto števko kot $7 \cdot R$ in da je R soda števka, ki je lahko enaka 2, 4, 6 ali 8. Tedaj je O po vrsti 7, 9, 1 ali 3.
Recimo, da je $R = 2$ in $O = 7$. Tedaj velja $7DE2 = 18 \cdot (D7 + 72)$. Toda že $7000 : 18$ je več kot 300, vsota $D7 + 72$ pa ne more doseči vrednosti 300, zato ta možnost odpade. Če je $R = 4$ in $O = 9$, imamo $9DE4 = 18 \cdot (D9 + 94)$, a že $9000 : 18$ je 500, $D9 + 94$ pa ne more doseči tako visoke vrednosti. Enak sklep napravimo v primeru $R = 8$ in $O = 3$, ko pridemo do $3DE8 = 18 \cdot (D3 + 38)$, saj je že $3000 : 18 > 150$, vsota $D3 + 38$ pa je pri vsaki vrednosti števke D manjša od 150.
Preostane nam torej le primer $R = 6$ in $O = 1$, ko imamo $1DE6 = 18 \cdot (D1 + 16)$. Ker je $1000 : 18 > 50$, mora biti $D1 + 16 > 50$ in je števka D enaka 4 ali več. Število $1DE6$ je deljivo z 18 in torej tudi z 9, zato je vsota $7 + D + E$ deljiva z 9. Možnost $D + E = 2$ odpade, saj je D vsaj 4, ostane le možnost $D + E = 11$. Pari (D, E), ki pridejo v upoštev, so $(9, 2)$, $(8, 3)$, $(7, 4)$ in $(4, 7)$ (para $(6, 5)$ in $(5, 6)$ odpadeta, ker je že $R = 6$). Preverimo: $1926 = 18 \cdot (91 + 16)$, $1836 \neq 18 \cdot (81 + 16)$, $1746 \neq 18 \cdot (71 + 16)$ in $1476 \neq 18 \cdot (41 + 16)$. Edina rešitev je $1926 = 18 \cdot (91 + 16)$.

7. Svetova

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.	R	N	N	R	R	R	R	N	N	N	N	R	R	N	N	N	R	N	N	R
2.	R	N	R	N	N	N	N	R	R	N	R	N	R	R	N	N	N	R	N	R

Rešitve nalog za tretji in četrt letnik srednje šole ter študente

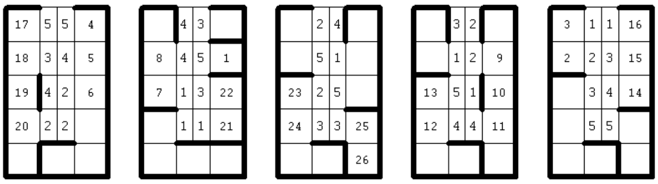
1. Ravninske grupe

Pravilno zaporedje številčenja slik je:
15, 9, 10, 5, 13, 4, 12, 8, 7, 6, 16, 14, 2, 1, 17, 3, 11.

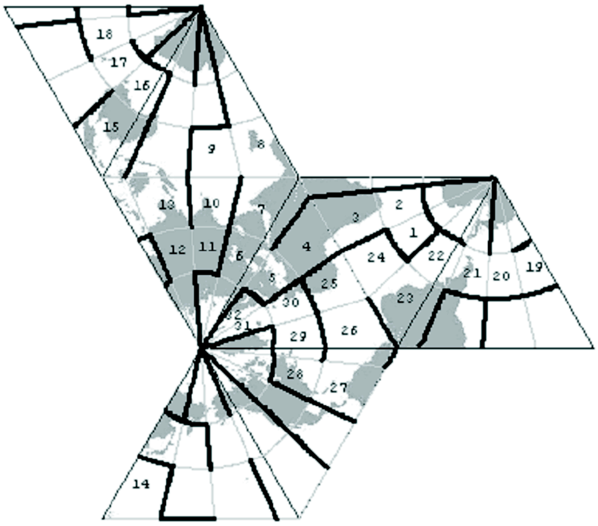
2. Linearne grupe

Pravilno zaporedje številčenja slik je:
7, 3, 5, 6, 1, 2, 4.

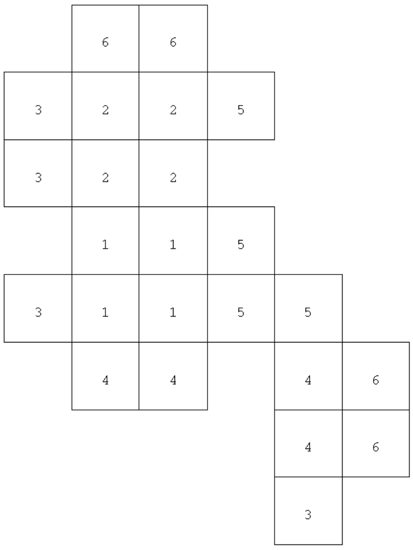
3. Labirint na Riemannovi ploskvi



4. Labirint na zemljevidu



5. Barvanje mrež poliedrov



6. Kriptaritem

Ker je AB dvomestno število, velja $A \neq 0$. Enačbo prepišemo v obliko $(10 \cdot A + B) \cdot (A + B) = (A + B) \cdot (A^2 - A \cdot B + B^2)$, od koder po krajšanju z $A + B$ in ureditvi dobimo $A^2 - (B + 10) \cdot A + B^2 - B = 0$. Ta kvadratna enačba ima rešitvi $A_{1,2} = \frac{B+10\pm\sqrt{100+24\cdot B-3\cdot b^2}}{2}$. Pod kvadratnim korenom v števcu mora biti popoln kvadrat, to pa je le, če je B enako 0 (ko je vrednost pod korenom 100), 1 (121), 7 (121) ali 8 (100). Če izberemo $B = 0$, dobimo $A = 0$ ali $A = 10$, kar ni v redu. Nobena rešitev ni v redu niti pri $B = 1$. Pri $B = 7$ je rešitev $A = 3$ dobra, pri $B = 8$ pa je dobra rešitev $A = 4$. Imamo torej dve možnosti: $37\cdot(3+7) = 3^3+7^3$ in $48\cdot(4+8) = 4^3+8^3$.

7. Svetova

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.	N	N	R	N	R	R	R	R	N	N	N	R	N	N	R	R	R	R	N	N
2.	N	R	R	N	R	R	R	R	N	R	N	N	R	N	N	N	R	R	N	N