Uporabna statistika

Gregor Dolinar

Fakulteta za elektrotehniko
Univerza v Ljubljani

5. november 2013

Erlangova porazdelitev

Definicija

Slučajno spremenljivko, ki je enaka razdalji, dokler ne nastopi r dogodkov pri Poissonovem procesu, imenujemo Erlangova slučajna spremenljivka s parametroma λ in r. Njena gostota verjetnosti je

$$f(x) = \frac{\lambda^r x^{r-1} e^{-\lambda x}}{(r-1)!}.$$

Trditev

Če je X Erlangova slučajna spremenljivka s parametroma λ in r, potem je

$$\mu = E(X) = \frac{r}{\lambda}.$$

Varianca je

$$V(X) = \frac{r}{\lambda^2}.$$

Gama porazdelitev

Gama porazdelitev je posplošitev Erlangove porazdelitve za poljuben $r > 0$.

Definicija

Slučajna spremenljivka z gostoto verjetnosti

$$f(x) = \frac{\lambda^r x^{r-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(r)}$$

se imenuje gama slučajna spremenljivka s parametroma $\lambda > 0$ in $r > 0$.

$$(\Gamma(r) = \int_0^\infty x^{r-1} e^{-x} dx, \quad r > 0.)$$

Trditev

Če je X gama slučajna spremenljivka s parametroma λ in r, potem je

$$\mu = E(X) = \frac{r}{\lambda}.$$

Varianca je

$$V(X) = \frac{r}{\lambda^2}.$$

Opomba

Poseben primer gama slučajne spremenljivke, ko je $\lambda = \frac{1}{2}$ in je r enak $\frac{1}{2}$ ali 1 ali $\frac{3}{2}$, ..., se imenuje χ-kvadrat porazdelitev.

Weibullova porazdelitev

Definicija

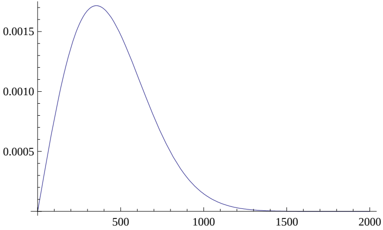
Slučajna spremenljivka z gostoto verjetnosti

$$f(x) = \frac{\beta}{\delta}(\frac{x}{\delta})^{\beta-1}e^{-(\frac{x}{\delta})^{\beta}}$$

se imenuje Weibullova slučajna spremenljivka s parametroma $\delta > 0$ in $\beta > 0$.

Primer

Življenska doba aparata za magnetno resonanco je modelirana z Weibullovo porazdelitvijo.



Ocenite parametra za Weibullovo porazdelitev.
Kolikšna je verjetnost, da se aparatura pokvari prej kot v 250 urah?

Lognormalna porazdelitev

Definicija

Slučajna spremenljivka z gostoto verjetnosti

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\log x - \theta)^2}{2\omega^2}}$$

se imenuje lognormalna slučajna spremenljivka s parametroma θ in ω^2.

Večrazsežne diskretne slučajne spremenljivke

Primer

Digitalni prenos informacij. Prejeti bit karakteriziramo kot: dober ($p = 0.9$), sumljiv ($p = 0.08$), slab ($p = 0.02$).
Prejeli smo 4 bite. Označimo:

- X število dobrih bitov
- Y število sumljivih bitov

Porazdelitvi slučajnih spremenljivk:

- X binomska za $n = 4$ in $p = 0.9$
- Y binomska za $n = 4$ in $p = 0.08$

Definicija

Za gostoto verjetnosti $f_{XY}(x, y)$ dvorazsežne (bivariatne) slučajne spremenljivke (X, Y) diskretnih slučajnih spremenljivk X in Y velja

- $f_{XY}(x, y) \geq 0$
- $\sum_x \sum_y f_{XY}(x, y) = 1$
- $f_{XY}(x, y) = P[X = x, Y = y]$

  $(f_{XY}(x_i, y_i) = p_{ij})$

Primer

$f_{XY}(1,1) = P[X = 1, Y = 1]$

$= 0.9 \cdot 0.8 \cdot 0.02^2 \cdot \frac{4!}{1! \cdot 1! \cdot 2!} = 3.46 \cdot 10^{-4}$

$f_{XY}(3,0) = P[X = 3, Y = 0]$

$= 0.9^3 \cdot 0.02 \cdot \frac{4!}{3! \cdot 0! \cdot 1!} = 5.83 \cdot 10^{-2}$