

**IZPIT IZ MATEMATIKE I**  
**Univerzitetni študij**  
**15. februar 2012**

1. a) Rešite sistem enačb

$$\operatorname{Im} \left( \frac{z - i}{1 - i} \right) = 2, \quad |z - (5 + 5i)| = 5.$$

- b) Kakšni krivulji predstavljata množici rešitev prve oz. druge enačbe? Skicirajte ju.

2. Določite realni števili  $a$  in  $b$  tako, da bo funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \left( \frac{-1}{x+1} \right), & x < -1 \\ ax + b, & -1 \leq x \leq 0 \\ \frac{\sin 3x}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

zvezna na celi realni osi. Ali je dana funkcija omejena na celi realni osi?

NAMIG: Skicirajte graf funkcije.

3. Določite dimenzije valja s prostornino  $V = 2\pi a^3$ , ki ima največjo površino. Kolikšna je ta površina? Ali lahko v tako dobljeni valj včrtamo kroglo tako, da se dotika plašča in obeh osnovnih ploskev?

4. Izračunajte integrala

a)

$$\int x \arctan x \, dx,$$

b)

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{x^8 + 1} \, dx.$$

c) Ali integral iz točke b) obstaja? Odgovor utemeljite.

5. Izračunajte dolžino loka krivulje  $y = \ln(\sin x)$  na intervalu  $[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$ . Kolikšna je dolžina loka dane krivulje na intervalu  $[\frac{7\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}]$ ?