

Ime, priimek

Vpisna številka

Naloga	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	Skupaj
Točke									

IZPIT IZ MATEMATIKE I

Univerzitetni študij

27. avgust 2014

Prve tri naloge so standardnega tipa in vredne vsaka 20 točk. Zadnjih pet nalog je izbirnega tipa. Pravilen odgovor prinese 8 točk, nepravilen odgovor pa minus 2 točki. Odgovorite tako, da obkrožite črko pred pravilnim odgovorom.

1. Izračunajte limito

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(x \operatorname{tg} x - \frac{\pi}{2 \cos x} \right) .$$

Rešitev:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(x \operatorname{tg} x - \frac{\pi}{2 \cos x} \right) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x \sin x - \frac{\pi}{2}}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + x \cos x}{-\sin x} = \frac{1 + 0}{-1} = \boxed{-1}$$

2. Izračunajte integral

$$\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x}} \ .$$

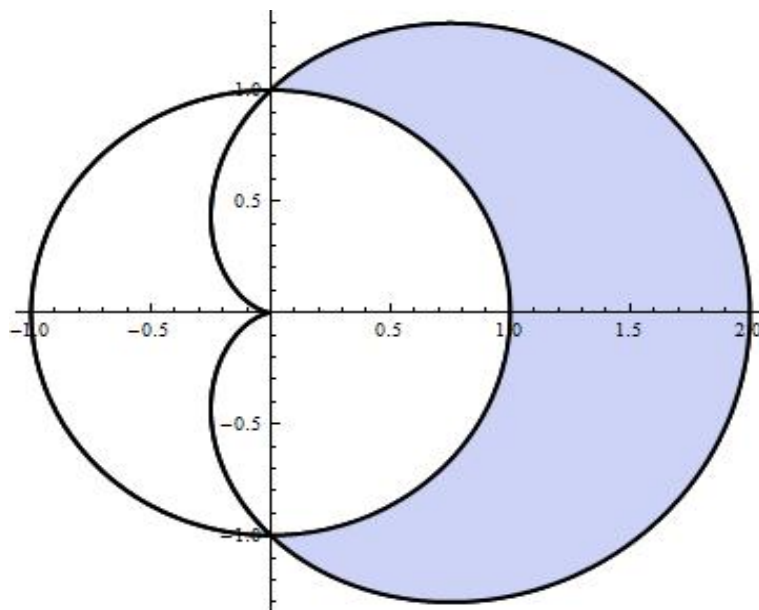
Rešitev:

$$x = t^2, \quad dx = 2t dt$$

$$\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x}} = \int \frac{2t dt}{1 + t} = \int \left(2 - \frac{2}{1+t} \right) dt = 2t - 2 \ln(1+t) + C = \boxed{2\sqrt{x} - 2 \ln(1 + \sqrt{x}) + C}$$

3. Narišite in izračunajte ploščino območja, ki je v polarnih koordinatah določeno z neenačbami

Rešitev:



$$1 < r < 1 + \cos \varphi \quad , \quad 0 < \varphi < 2\pi \quad .$$

Rešitev:

$$P = 2 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left((1 + \cos \varphi)^2 - 1 \right) d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + 2 \cos \varphi + \cos^2 \varphi - 1 \right) d\varphi =$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2 \cos \varphi + \frac{1 + \cos 2\varphi}{2} \right) d\varphi = 2 \sin \varphi + \frac{1}{2} \left(\varphi + \frac{1}{2} \sin 2\varphi \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \boxed{2 + \frac{1}{4}}$$

4. Katero izmed zaporedij z danim splošnim členom a_n ima limito enako $\frac{1}{2}$?

a) $a_n = \frac{1}{2n}$ b) $a_n = \frac{1}{2+n}$ c) $a_n = \frac{(-1)^n}{2}$ d) $a_n = \frac{n}{1+2n}$ e) $a_n = \frac{1}{2^n}$

5. Dani sta funkciji $f(x) = x+3$ in $g(x) = \frac{x}{x+1}$. f^{-1} in g^{-1} sta njuni inverzni funkciji. Koliko je $g^{-1}(f^{-1}(5))$?

a) -2 b) $-\frac{8}{7}$ c) 1 d) $\frac{8}{7}$ e) 2

6. Graf funkcije $y = \frac{3x - 2x^3}{2 - x^2}$ ima poševno asimptoto. Koliko je njen smerni koeficient ?

a) $\frac{3}{2}$ b) -1 c) -2 d) 2 e) -3

7. Za katero vrednost spremenljivke x ima funkcija $y = x^3 - 12x$ minimum ?

a) -2 b) 0 c) 1 d) 2 e) $2\sqrt{3}$

8. Katera izmed naštetih trditev ne velja?

a) Funkcija je liha, če je $f(-x) = -f(x)$ za vsak $x \in \mathcal{D}_f$.

b) $\operatorname{tg} x$ je liha funkcija.

c) Če je funkcija soda, potem ni liha.

d) Liha funkcija, ki je definirana za vsak realen x , ima vsaj eno ničlo.

e) Graf lihe funkcije je simetričen glede na koordinatno izhodišče.