

PRVI KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I  
Univerzitetni študij  
25. november 2011

1. a) Kaj pravi princip matematične indukcije?  
b) Dokažite, da  $17 \mid 3 \cdot 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$  za vsak  $n \in \mathbb{N}$ .

[25 točk]

2. a) Narišite množico točk v kompleksni ravnini, ki ustreza enačbi

$$\bar{z} + z = |z|^2.$$

- b) Koliko različnih realnih rešitev ima enačba

$$(z - 1)^5 = z - 1?$$

[25 točk]

3. a) Dokažite, da je zaporedje  $a_n = \frac{3^n - 2}{3^{n+1}}$  konvergentno in izračunajte limito.  
b) Od katerega člena dalje se vsi členi danega zaporedja  $a_n$  razlikujejo od limite za manj kot  $\varepsilon = 3^{-10}$ ?  
c) Od katere vrednosti za  $\varepsilon$  dalje so vsi členi danega zaporedja znotraj  $\varepsilon$ -okolice limite?

[25 točk]

4. a) Določite parameter  $a$  tako, da bo

$$\sum_{k=1}^{\infty} a^k = \frac{4a}{3}.$$

- b) Navedite vsaj dva primera divergentnih vrst.

[25 točk]