

Naloga 1 (20 točk)

Zapišite enačbo ravnine Π , ki jo določata točki $A(0, -1, 2)$ in $B(1, 1, 1)$ ter ravnini Π vzporeden vektor $\vec{a} = (\frac{1}{2}, 1, 1)$.

Izračunajte še kota, pod katerima premici $p_1 : 2x = y - 1 = z + 1$ in $p_2 : \frac{1-x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{\sqrt{15}}$ prebadata ravnino Π .

Naloga 2 (20 točk)

Določite vrednosti parametrov a in b ($a > 0$), tako da bosta števili 1 in -2 lastni vrednosti matrike

$$\begin{bmatrix} a-b & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Poiščite še lastni vektor, ki pripada po absolutni vrednosti najmanjši lastni vrednosti.

Naloga 3 (20 točk)

Razvijte funkcijo

$$f(x) = \frac{x+1}{2x+4}$$

v Taylorjevo vrsto okrog točke $a = -1$. Določite tudi območje konvergence dobljene potenčne vrste.

Naloga 4 (20 točk)

Poiščite rešitev $y(x)$ začetnega problema

$$xy^{(4)} + 3y''' = 1,$$

$$y(1) = y'(1) = y''(1) = y'''(1) = 1.$$

Naloga 5 (20 točk)

Poiščite splošno rešitev $(x(t), y(t))$ sistema diferencialnih enačb:

$$\dot{x} = 4y,$$

$$\dot{y} = x - 3y.$$