

Naloga 1 (20 točk)

Transformacija \mathcal{T} slika 3-razsežne realne vektorje v 2-razsežne realne vektorje. Vektor

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \text{ preslika v } \mathcal{T}(\vec{x}) = \begin{bmatrix} 2x_1 \\ -x_2 \end{bmatrix}.$$

- Preveri, da je \mathcal{T} linearna preslikava.
- Zapiši matriko linearne preslikave \mathcal{T} v standardni bazi.
- Kateri vektorji se s \mathcal{T} preslikajo v vektor $\begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$?

Naloga 2 (20 točk)

Dana je potenčna vrsta

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(-4)^n}.$$

- Izračunaj vsoto vrste v $x = 1$.
- Izračunaj konvergenčni polmer vrste.
- Ali vrsta konvergira v $x = -4$?

Naloga 3 (20 točk)

Dana je funkcija treh spremenljivk:

$$w(x, y, z) = \sin(xy) + \frac{x^2}{y^2 + z^2}.$$

- Določi definicijsko območje funkcije $w(x, y, z)$.
- Izračunaj $w_{xx}(1, 0, \sqrt{2}) + w_{zz}(1, 1, 0)$.

Naloga 4 (20 točk)

Poišči tisto rešitev diferencialne enačbe

$$y'''(x) - y''(x) - y'(x) + y(x) = 2x^2,$$

ki zadošča pogojem $y(0) = 5$, $y'(0) = 12$ in $y''(0) = 2$.

Naloga 5 (20 točk)

Določi tip diferencialne enačbe in poišči njeno splošno rešitev $y(x)$:

$$2xy' = y \ln y + y'.$$