

Naloga 1 (20 točk)

Dan je trikotnik z oglišči $A(1, 0, 1)$, $B(-2, 1, 3)$ in $C(3, 3, 3)$. Izračunajte oziroma določite:

- koordinate težišča T trikotnika ABC ,
- enačbo ravnine Π , ki je vzporedna vektorjema $\vec{a} = (1, 2, -1)$ in $\vec{b} = (-1, 0, 3)$ ter gre skozi oglišče A ,
- razdaljo med težiščem T in ravnino Π .

Naloga 2 (20 točk)

Ali je matrika $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 3 & 3 \\ 5 & 5 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ obrnljiva? Odgovor utemeljite.

Poiščite tudi vse rešitve x enačbe

$$A \cdot x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Naloga 3 (20 točk)

Funkcijo

$$f(x) = 2x - 3$$

razvijte v Fourierovo vrsto na intervalu $[0, \pi]$.

Naloga 4 (20 točk)

Poiščite splošno rešitev $y(x)$ diferencialne enačbe

$$y''' + y' = -2 \sin(2x).$$

Naloga 5 (20 točk)

Poiščite tisto rešitev $y(x)$ diferencialne enačbe

$$y''x - x \sin x = 1,$$

ki zadošča pogojema $y(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}(\ln \frac{\pi}{2} - 1)$ in $y'(\frac{\pi}{2}) = \ln \frac{\pi}{2}$.