

**Naloga 1** (20 točk)

Izračunajte determinanto matrike

$$A = \begin{bmatrix} 25 & 5 & 0 & -5 & 500 \\ 4 & -4 & 12 & 20 & 0 \\ 3 & 3 & -3 & 0 & 100 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & -200 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Kakšen je lahko rang kvadratne matrike dimenzije  $n \times n$  ( $n \geq 2$ ), katere determinanta je enaka 0? Navedite vse možne vrednosti ranga.

**Naloga 2** (20 točk)

Pokažite, da je premica skozi točki  $(2, 3, 4)$  in  $(1, 2, 3)$  pravokotna na premico skozi točki  $(0, 0, \frac{9}{2})$  in  $(1, 3, \frac{1}{2})$ .

Poiščite točko, v kateri se premici sekata.

**Naloga 3** (20 točk)

Poiščite vse matrike

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix},$$

za katere velja  $(X - 5I)(X + 2I) = 0$ .

Napišite primer dveh neničelnih matrik, katerih produkt je enak 0.

**Naloga 4** (20 točk)

Naj bosta  $r$  in  $a$  realna parametra. Določite ortogonalne trajektorije dveh družin krivulj:

a.) družine krožnic  $x^2 + y^2 = r^2$ ,

b.) družine parabol  $y = ax^2$ .

**Naloga 5** (20 točk)

Z vpeljavo ustrezne nove spremenljivke prevedite diferencialno enačbo

$$x^3 y^{(5)} - 2xy''' = 0$$

v Eulerjevo diferencialno enačbo. Poiščite splošno rešitev  $y(x)$ .