

Rešitve 2. kolokvija matematike 30. maj 1996

1. Poišči družino ortogonalnih trajektorij na družino krožnic s središčem na ordinatni osi, ki gredo skozi koordinatno izhodišče.

- Diferencialna enačba družine je $2xydx + (y^2 - x^2)dy = 0$.
- Diferencialna enačba ortogonalne družine je $(x^2 - y^2)dx + 2xydy = 0$.
- Ortogonalna družina je družina krožnic, katerih središče se nahaja na abscisni osi in gredo skozi koordinatno izhodišče.

2. Izberi parameter dušenja μ tako, da bo nihalo, ki se podreja zakonu

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\mu\frac{dx}{dt} + x = 0,$$

prešlo točko $x = 0$ natanko enkrat. Na začetku je odmik enak $x(0) = 1$ in hitrost $\frac{dx}{dt}(0) = -2$. Zapiši rešitev enačbe za ta parameter μ .

- Naj ima karakteristični polinom dvojno ničlo.
- Vrednost parametra $\mu = 1$
- Rešitev je $x = (1 - t)e^{-t}$.

3. Kolika je najkrajša razdalja med premico $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ in krožnico $x^2 + y^2 = 1$.

- Razdalja premice od koordinatnega izhodišča je

$$d = \frac{|ab|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

- Če je $d \geq 1$ je najkrajša razdalja enaka $d - 1$, sicer pa je enaka nič.

4. Razvij v Fourierovo vrsto funkcijo $y = \sin^2 x$ na intervalu $(-\pi, \pi]$.

- $\sin^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x$.