

Naloga 1 (25 točk)

Izračunajte determinanto

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 4 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 5 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -2 \end{vmatrix}.$$

Naloga 2 (25 točk)

Dana je ravnina π z enačbo $x - z = 3$ ter točke $A(0, 1, -3)$, $B(5, 0, 2)$, $C(1, 1, -2)$ in $D(1, 0, 1)$.

- Katere izmed točk A , B , C in D ležijo na ravnini π ? Odgovor utemeljite.
- Izračunajte ploščino trikotnika ABC .
- Zapišite enačbo premice p skozi točko D , ki je pravokotna na ravnino π .
- Izračunajte presečišče premice p in ravnine π .

Naloga 3 (25 točk)

Poiščite vse rešitve sistema linearnih enačb:

$$\begin{aligned} -3x + 2y + z &= 1, \\ 4x + 2y - z + 2u &= -2. \end{aligned}$$

Naloga 4 (25 točk)Naj bo $\mathcal{L} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ linearna preslikava, dana s predpisom

$$\mathcal{L} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix}.$$

- Katere vektorje preslikava \mathcal{L} ohranja? To je, za kakšne vektorje \vec{v} velja $\mathcal{L}(\vec{v}) = \vec{v}$?
- Izračunajte kot med vektorjem $\vec{a} = [\sqrt{2} \ \sqrt{2} \ 2]^T$ in njegovo sliko $\mathcal{L}(\vec{a})$.
- Poiščite matriko, ki predstavlja linearno preslikavo \mathcal{L} .