Ime, priimek ....

Naloga	točke
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

21. november 1984

1. Zapiši enačbo tangentne premice na krivuljo

$$2x^2 + y^2 = z^2 \qquad x^2 = y^2 + 3$$

   v točki $T(2, 1, -3)$.

2. Pokaži, da je integral

$$F(y) = \int_{1/y}^{\infty} \frac{\ln(1 + y^2x^2)}{x^2}\, dx$$

   linearna funkcija parametra y.

3. Naloga je izgubljena

4. Izračunaj volumen telesa omejenega s ploskvama: $x^2 + y^2 = R^2z^2$ in $z = 1$.

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

5. februar 1985

1. Izračunajte dvojni integral
$$\int\int_D (x^2+y^2)\,dxdy$$
kjer je področje D omejeno s krivuljo: $x^2+y^2=2ax$.

2. Poiščite krivuljni integral
$$\oint_C (y+z)\,dx+(z+x)\,dy+(x+y)\,dz$$
kjer je C krožnica, podana z: $x^2+y^2+z^2=a^2$, $x+y+z=0$.

3. Pokažite, da je
$$\mathrm{rot}\,(U\vec{c}) = \mathrm{grad}\,U \times \vec{c},$$
kjer je $\vec{c}$ konstanten vektor.

4. Poiščite prvih 5 členov v potenčni vrsti rešitve diferencialne enačbe
$$(x+1)y' - (x+2)y = 0$$

5. Pokažite, da je
$$ax_0x + by_0y + cz_0z = K$$
enačba tangencialne ravnine na ploskev
$$ax^2+by^2+cz^2=K$$
v točki $T(x_0,y_0,z_0)$.

Ime, priimek ....

Naloga	točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

16. maj 1985

1. Pokažite, da je odvod funkcije $z = \frac{y^2}{x}$, v smeri normale na elipso $2x^2 + y^2 = c^2$, v katerikoli točki elipse enak 0!

2. Poiščite ploščino lika, omejenega s krivuljami

$$x^2 + y^2 = 2x, \quad x^2 + y^2 = 4x, \quad y = x, \quad y = 0$$

3. Izračunajte krivuljni integral

$$\int_C xy \, ds$$

   kjer je C: rob kvadrata $|x| + |y| = a, a > 0$!

4. Izračunajte ploskovni integral

$$\int\int_A z \, dxdy$$

   kjer je A zunanja stran elipsoida

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

5. Poiščite divergenco polja $\vec{a} = f(r)\vec{r}$, kjer je $\vec{r}$ krajevni vektor, $r = |\vec{r}|$. Kdaj je $\vec{a}$ solenoidalno polje?

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

5. februar 1986

1. Poiščite volumen telesa, ki ga določata ploskvi
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{z^2}{c^2}$$
in pogoj $z>0$!

2. Izračunajte površino tistega dela paraboloida $y^2+z^2=2ax$, ki leži med cilindrom $y^2=ax$ in ravnino $x=a$!

3. S pomočjo odvajanja po parametru izračunajte
$$\int_0^\infty \frac{e^{-\alpha x}-e^{-\beta x}}{x}\,dx, \quad \alpha>0, \beta>0$$

4. Poiščite šest prvih členov potenčne vrste tiste rešitve enačbe
$$y''-xy=0$$
ki zavzema vrednosti $y=y_0, y'=y_0'$ pri $x=0$.

5. Pri katerem α je polje $\vec{a}=r^\alpha\vec{r}$ solenoidalno? $(r=|\vec{r}|)$

Ime, priimek ....

Naloga	točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

2. februar 1987

1. Izračunajte
$$\int\int_D x\,dxdy$$
kjer je področje D omejeno s premico, ki gre skozi točki $A(2,0)$ in $B(0,2)$, ter lokom krožnice, ki ima središče v točki $C(0,1)$ in polmerom 1.

2. Izračunajte integral
$$\int\int_S x^3\,dydz + y^3\,dzdx + z^3\,dxdy$$
kjer je S zunanja stran sfere $x^2+y^2+z^2=a^2$

3. Ugotovite, ali ima polje
$$\vec{v} = (y+z)\vec{i} + (x+z)\vec{j} + (x+y)\vec{k}$$
potencial? Če potencial obstaja, ga določite!

4. Za funkcijo
$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; -1 < x \leq 0 \\ 1 & ; 0 < x < 1 \end{cases}$$
poiščite koeficiente c_0, c_1, c_2 v razvoju funkcije $f(x)$ po polinomih Čebiševa. ($T_n(x) = \cos(n \arccos x); n = 0,1,2,\ldots$).

5. Poiščite ekstremalo funkcionala
$$I(y) = \int_0^\pi (y^2 + y'^2 - 2y\sin x)\,dx$$
$y(0) = 0, y'(\pi) = 1$.

Ime, priimek ....

Naloga	točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

1. junij 1987

1. Izračunajte integral
$$I = \int\int\int x\sqrt{1-(\frac{x}{a})^2-(\frac{y}{b})^2-(\frac{z}{c})^2}\,dxdydz$$
kjer je $V : \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2} \leq 1$.

2. Določite enačbo tangencialne ravnine in vektor normale na ploskev $\vec{r}=(u+v, u-v, uv)$ v točki $A(u=2, v=1)$.

3. S pomočjo odvajanja integrala po parametru izračunajte
$$\int_0^\infty \frac{e^{-\alpha x}-e^{-\beta x}}{x}\,dx \qquad (\alpha>0, \beta>0).$$

4. Poiščite pet prvih členov v potenčni vrsti tiste rešitve diferencialne enačbe
$$(1-x)y' = 1+x-y$$
ki ustreza pogoju $y(0)=0$.

5. Poiščite vse ekstremale funkcionala
$$\int_{x_0}^{x_1} (y^2 - y'^2 - 2y\,\mathrm{ch}\,x)\,dx$$

Ime, priimek ....

Naloga	točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

4. september 1987

1. Izračunajte
$$\int\int_D \frac{dxdy}{(1+x^2+y^2)^2}$$
za eno zanko lemniskate $(x^2+y^2)^2 = x^2-y^2$ (uporabite polarne koordinate).

2. Pokažite, da funkcija
$$u = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{xf(z)}{x^2+(y-z)^2}\,dz$$
ustreza Laplaceovi enačbi
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

3. Izračunajte naslednji krivuljni integral
$$\int_C xy\,ds$$
kjer je C krivulja $|x|+|y| = a, a > 0$.

4. Ali je polje
$$\vec{a} = r(\vec{c}\times\vec{r})$$
solenoidalno? ($\vec{c}$ je konstanten vektor).

5. S pomočjo potenčnih vrst poiščite rešitev enačbe
$$y' = y + x^2, \qquad y(0) = -2.$$

Ime, priimek ....

Naloga	točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

18. januar 1990

1. Izračunajte
$$\int\int_D x\,dxdy$$
kjer je področje D omejeno s premico, ki gre skozi točki $A(2,0)$ in $B(0,2)$ ter lokom krožnice s središčem v točki $S(0,1)$ in polmerom 1.

2. Določite integral
$$I(\alpha) = \int_0^\infty \frac{1-\cos\alpha x}{x}\,e^{-kx}\,dx \quad \alpha, k > 0$$

3. Izračunajte krivuljni integral
$$\int_C xy\,ds$$
kjer je C krivulja $|x| + |y| = a, a > 0$.

4. Določite površino ploskve $az = xy$, ki jo izreže valj $x^2+y^2 = a^2$.

5. Ugotovite, ali ima polje
$$\vec{v} = (y+z, x+z, x+y)$$
potencial? Če potencial obstaja, ga določite.

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

5. april 1990

1. Izračunajte
$$\int\int_G \frac{dxdy}{\sqrt[3]{1-x^2-y^2}}$$
kjer je področje G krog $x^2+y^2 \leq 1$.

2. Določite naboj na tistem delu hiperboloida $z^2 = x^2+y^2+a^2$, za katerega je $a \leq z \leq a\sqrt{2}, (a > 0)$, če je gostota naboja proporcionalna oddaljenosti točke od ravnine $z = 0, (\sigma = k \cdot z)$.

3. Poiščite potencial polja
$$\vec{a} = (yz - xy)\vec{i} + (xz - \frac{x^2}{2} + yz^2)\vec{j} + (xy + y^2 z)\vec{k}$$
če ta obstaja.

4. Poiščite rešitev enačbe
$$y'' = x^2 y, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1$$
s pomočjo vrst.

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

7. februar 1991

1. Izračunajte ploščino, ki jo omejujejo krivulje
$$x^2 + y^2 = 2x, \quad x^2 + y^2 = 4x, \quad y = x, \quad y = 0$$
2. Ali je polje $r(\vec{c}\times\vec{r})$ solenoidalno? (Tu je $\vec{c}$ konstantni vektor, $\vec{r}$ pa krajevni vektor.)
3. Izračunajte krivuljni integral
$$\int_C x\,y\,ds$$
kjer je C rob kvadrata $|x| + |y| = a, \quad a > 0.$
4. Izračunajte ploskovni integral
$$\int\int_S z\,dx\,dy$$
kjer je S zunanja stran elipsoida $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$
5. Poiščite prvih 5 členov v razvoju rešitve enačbe
$$xy'' + y = 0, \quad y(x=0) = 0, \quad y'(x=0) = 1$$
okoli točke $x = 0$.

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

3. junij 1991

1. S pomočjo odvajanja po parametru izračunaj integral
$$\int_0^\infty \frac{e^{-\alpha x^2} - e^{-\beta x^2}}{x} dx, \qquad (\alpha > 0, \beta > 0)$$

2. Poišči volumen telesa, ki ga omejujejo ploskve
$$x^2 + y^2 = 2ax, z = \alpha x, z = \beta z, \qquad (\alpha > \beta)$$

3. Poišči potencial polja
$$\vec{a} = (yz - xy)\vec{i} + (xz - x^2/2 + yz^2)\vec{j} + (xy + y^2 z)\vec{k}$$
če ta obstaja.

4. Izračunaj
$$\int\int_S xz\,dxdy + xy\,dydz + yz\,dxdz$$
kjer je S zunanja stran piramide, sestavljene iz ploskev $x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1$.

5. Poišči koeficient člena x^3 pri razvoju rešitve enačbe
$$y' = x^2 - y^2, \quad y(x = 0) = 0$$
v vrsto okoli $x = 0$.

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

4. februar 1992

1. Zamenjajte vrstni red integracije v naslednjih integralih:
$$\int_0^1 dx \int_0^{x^{2/3}} f(x,y)dy + \int_1^2 dx \int_0^{1-\sqrt{4x-x^2-3}} f(x,y)dy$$

2. Določite število n tako, da bo integral neodvisen od oblike poti. Določite vrednost integrala po poti med točkama T_1 in T_2.
$$\int \frac{(x-y)dx + (x+y)dy}{(x^2+y^2)^n}$$

3. Določite površino ploskve $az = xy$, ki jo izreže valj $x^2+y^2 = a^2$.

4. Izračunajte
$$\operatorname{div}\left(\vec{r}(\vec{a}\cdot\vec{r}) - 2\vec{a}(\vec{r}\cdot\vec{r})\right)$$
kjer je $\vec{r}$ krajevni vektor, $\vec{a}$ pa konstanten vektor.

5. Poiščite člene (do vključno potence t^4) v razvoju rešitve enačbe
$$\frac{d^2x}{dt^2} + x\cos t = 0; \quad x(0) = a, \quad \frac{dx}{dt}(0) = 0.$$
v potenčno vrsto okoli točke $t = 0$.

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

3. junij 1992

1. Izračunajte dvojni integral
$$\int\int_D xy\,dx\,dy$$
kjer je D področje, omejeno z osjo x in zgornjo polovico krožnice $(x-2)^2+y^2=1$.

2. Določite površino tistega dela ploskve $z^2=4x$, ki ga odrežeta $y^2=4x$ in ravnina $x=1$.

3. S pomočjo odvajanja izračunajte
$$I(\lambda)=\int_0^\infty e^{-x^2}\cos\lambda x\,dx$$

4. Izračunajte
$$\operatorname{rot}(\vec{a}\times\vec{r})$$
kjer je $\vec{a}$ konstanten vektor, $\vec{r}$ pa krajevni vektor.

5. S pomočjo funkcije Γ izračunajte integral
$$\int_0^\infty x^b e^{-ax^2}\,dx; \qquad a>0, b>-1$$

Ime, priimek ....

IZPIT IZ MATEMATIKE III

3. junij 1994

1. Pokažite, da funkcija
$$y = \int_0^\infty \frac{e^{-xz}}{1+z^2}\,dz$$
ustreza diferencialni enačbi
$$y'' + y = \frac{1}{x}.$$

2. Določite
$$\mathrm{rot}[\vec{a}(\vec{r}\cdot\vec{b})]$$
tu sta $\vec{a}, \vec{b}$ konstantna vektorja in $\vec{r}$ krajevni vektor.

3. Izračunajte pretok vektorskega polja
$$\vec{v} = y^2\vec{i} + z^2\vec{j} + x^2\vec{k}$$
skozi ploskev $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

4. Izračunajte krivuljni integral
$$K = \oint_C 2(x^2+y^2)\,dx + (x+y)^2\,dy,$$
če je C rob trikotnika z oglišči $A(1,1), B(2,2), C(1,3)$.

5. Določite odvod funkcije
$$z = \frac{y^2}{z}$$
v smeri normale na elipso $2x^2 + y^2 = c^2$, v katerikoli točki elipse.

Ime, priimek ....

Naloga	točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

18. januar 1996

1. Zapišite enačbo tangencialne ravnine na ploskev

$$x = u + v, y = u^2 + v^2, z = u^3 + v^3$$

v poljubni točki.

2. Izračunajte integral

$$\int_0^\infty \frac{1 - \cos \alpha x}{x} e^{-kx} dx, \quad \alpha, k > 0.$$

3. Zamenjajte vrstni red integracije

$$\int_0^4 \int_{3x^2}^{12x} f(x, y) dy.$$

4. Izračunajte maso sfere

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4$$

če je površinska gostota enaka $\rho(x, y, z) = 4 - z$.

5. Poiščite rešitev diferencialne enačbe

$$(1 + 4x^2)y'' - 8y = 0, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0$$

s pomočjo potenčne vrst.

Ime, priimek ....

IZPIT IZ MATEMATIKE III

7. februar 1996

1. Izračunajte
$$\int\int\int_V xyzdxdydz,$$
kjer je $V : x^2+y^2+z^2 \leq 1, \quad x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$

2. Zapišite enačbo tangencialne ravnine in normale na ploskev
$$(z^2-x^2)xyz - y^5 = 5$$
v točki $T(1,1,2)$.

3. Izračunajte ploskovni integral
$$\int\int_S [x^3\cos\alpha + y^3\cos\beta + z^3\cos\gamma]d\omega$$
kjer je S površina krogle z radijem R in središčem v koordinatnem izhodišču.

4. Določite divergenco vektorskega polja
$$\vec{v} = r(\vec{c}\times\vec{r}),$$
tu je $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$ konstanten vektor in $\vec{r}$ krajevni vektor, $r = |\vec{r}|$. Kakšno je to vektorsko polje?

5. Razvijte funkcijo
$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & 0 < x \leq 1 \\ 0 & -1 \leq x < 0 \end{cases}$$
po Legendrovih polinomih ($P_n(x) = \frac{1}{2^n n!}[(x^2-1)^n]^{(n)}$). Napišite vsaj prve tri člene.

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x001

1. Točka se giblje s konstantno hitrostjo $v = |\vec{v}|$ po vijačnici

$$\vec{r} = a\cos\phi(t)\vec{i} + a\sin\phi(t)\vec{j} + b\phi(t)\vec{k}$$

   Določite pospešek točke!

2. Za katere vrednosti spremenljivke y ima funkcija

$$F(y) = \int_y^{y^2} \frac{dx}{(\ln x)^2}, \quad y > 1$$

   ekstrem ?

3. Izračunajte trojni integral

$$\int\int\int_V \sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}} dxdydz,$$

   če je

$$V : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 2\frac{z}{c}, \quad c > 0.$$

4. Dano je skalarno polje $u = z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, določite
   a)odvod polja v točki $T(2, -2, 1)$ v smeri proti koordinatnemu izhodišču,
   b)rot(grad u) v isti točki T.

5. Poiščite rešitev diferencialne enačbe

$$y'' = x^2 y, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

   s pomočjo vrst.

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x002

1. Določite dvojni integral funkcije
$$f(x,y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$$
nad področjem $D: \quad y \geq x, \quad x^2+y^2 \leq 2$ in $x^2+y^2 \geq 1$.

2. Naj bo C krivulja, ki povezuje poljubno točko na sferi $x^2+y^2+z^2=a^2$ s poljubno točko na sferi $x^2+y^2+z^2=b^2 \quad (b>a)$. Določite krivuljni integral
$$\int_C \vec{v} d\vec{r}.$$
če je $\vec{v} = 5r^3\vec{r}$, $\vec{r}$ je krajevni vektor in $r = |\vec{r}|$.

3. Preverite divergenčni (Gaussov) izrek za
$$\vec{v} = \frac{x}{r}\vec{i} + \frac{y}{r}\vec{j} + \frac{z}{r}\vec{k}$$
kjer je $r^2 = x^2+y^2+z^2$ in $V: x^2+y^2+z^2 = a^2$.

4. Položajni vektor $\vec{r}(t)$ se spreminja po zakonu (t je čas):
$$\vec{r}(t) = r(t)[\cos\phi(t)\vec{i} + \sin\phi(t)\vec{j}]$$
Poiščite projekciji v_r in v_ϕ hitrosti $\vec{v}$ na smer vektorja $\vec{r}$ in na smer, ki je pravokotna na vektor $\vec{r}$!

5. Poiščite šest prvih členov potenčne vrste tiste rešitve enačbe
$$y'' - xy = 0$$
ki zavzame vrednost $y = y_0, y' = y_0'$ pri $x = 0$.

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x003

1. S pomočjo Γ funkcije izračunajte vrednost integrala
$$\int_0^\infty \frac{e^{-st}}{\sqrt{t}} dt, \quad s > 0$$

2. Določite:
a)maso ploskve $S : z = 2-(x^2+y^2)$, če je specifična gostota $\varrho = x^2 + y^2$ in
b)vztrajnostni moment te ploskve okoli osi z, če je $\varrho = 1$.

3. Na ploskvi
$$\vec{r}(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u^2 + 4 - 4u \cos v)$$
poiščite vse koordinatne krivulje $v = konst.$, ki so pravokotne na koordinatno krivuljo $u = 2$.

4. Poiščite
$$\mathrm{div}[r(\vec{\omega} \times \vec{r})]$$
kjer je $\vec{\omega}$ konstantni vektor in $\vec{r}$ krajevni vektor.

5. Rešite diferencialno enačbo
$$x^2y'' + xy' + (\lambda^2x^2 - n^2)y = 0, \quad n \in \mathbf{N}$$
$(z = \lambda x)$.

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x004

1. Izračunajte dvojni integral za funkcijo
$$f(x,y) = x^2$$
nad poljem D, ki leži v zaključeni krivulji
$$r = 1 - \cos\phi.$$

2. Kolikšen volumen izseka pokončni valj s polmerom 1 iz sfere s polmerom 2?

3. Določite krivuljni integral vektorskega polja
$$\vec{v} = (y + 3x, 2y - x)$$
okoli elipse $4x^2 + y^2 = 4$, integracija je v nasprotni smeri urinega kazalca.

4. Izračunajte
$$\mathrm{rot}(f(r)\vec{r}),$$
kjer je $\vec{r}$ krajevni vektor v $\mathbf{R^3}$ in $|\vec{r}| = r$.

5. Razvijte funkcijo
$$f(x) = x^2$$
po Legendrovih polinomih ($P_n(x) = \frac{1}{2^n n!}[(x^2-1)^n]^{(n)}$).

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x005

1. Poiščite enačbo tangentne ravnine na elipsoid
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$
v točki $M_0(x_0,y_0,z_0)$.

2. Izračunajte
$$\int\int_D \frac{dxdy}{(1+x^2+y^2)^p}, \quad p>0,$$
kjer je D celotna ravnina.

3. Razvijte
$$p_2(x)=x^2-3x+2$$
v vrsto po Laguerrovih polinomih $L_n(x)$, $(L_n(x)=e^x(x^ne^{-x})^{(n)})$.

4. Določite pretok vektorskega polja
$$\vec{v}=(x-2z)\vec{i}+(x+3y+z)\vec{j}+(5x+y)\vec{k}$$
čez trikotnik ABC z oglišči $A(1,0,0), B(0,1,0), C(0,0,1)$.

5. Preverite divergenčni izrek za
$$\vec{v}=(\frac{x}{r},\frac{y}{r},\frac{z}{r}),$$
kjer je $r^2=x^2+y^2+z^2$ in $V: x^2+y^2+z^2=a^2$.

Ime, priimek ....

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x006

1. Določite površino ploskve, ki je omejena s paraboloidom
$$y^2 + z^2 = 2ax,$$
valjem
$$y^2 = ax$$
in ravnino $x = a, (a > 0)$.

2. Izračunajte
$$\mathrm{rot}(f(r)\vec{r}), \quad r = |\vec{r}|,$$
kjer je f zvezna funkcija spremenljivke r.

3. Določite vrednost ploskovnega integrala
$$\int\int_S x dS,$$
kjer je S tisti del sfere $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, ki leži v prvem oktantu.

4. Določite integral vektorskega polja
$$\int_C \vec{v} d\vec{r},$$
kjer je
$$\vec{v}(x, y) = \Big(\frac{-y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2}\Big),$$
C : krog s središčem v izhodišču in polmerom 3, od točke $(3, 0)$ do točke $(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$. Integracija v pozitivni smeri.

5. Poiščite razvoj rešitve diferencialne enačbe
$$\frac{d^2x}{dt^2} + x\cos t = 0, \quad x(0) = a, \dot{x}(0) = 0$$
okoli točke $t = 0$ do vključno potence t^4.

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x007

1. Določite kote, ki jih vektor normale na ploskev

$$x^2 + y^2 - xz - yz = 0$$

   v točki $T(0,2,2)$ oklepa s koordinatnimi osmi.

2. Izračunajte vztrajnostni moment okrog osi x homogenega telesa, ki je omejeno z:

$$x^2 + y^2 = a^2, \quad z = 0, \quad z = b.$$

3. Ugotovite, kakšno je vektorsko polje

$$\vec{v} = y^2\vec{i} + z^2\vec{j} + x^2\vec{k}$$

   in izračunajte pretok vektorskega polja $\vec{v}$ skozi ploskev $S : x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

4. Izračunajte krivuljni integral

$$I = \int_C (ydx + xdy)\cos xy + dz$$

   po daljici C od točke $T_1(0,1,2)$ do točke $T_2(2,\pi,0)$.

5. Poiščite prve 4 člene v razvoju rešitve enačbe

$$xy'' + y = 0, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1$$

   okoli točke $x = 0$.

Ime, priimek ....

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x008

1. Določite površino ploskve, ki jo iz sfere

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

   izreže pokončni valj,postavljen na krivuljo

$$r = a\cos 2\phi$$

2. S pomočjo odvajanja na parameter izračunajte integral

$$F(\alpha, \beta) = \int_0^\infty \frac{e^{-\alpha x} - e^{-\beta x}}{x}\, dx$$

   $\alpha > 0, \beta > 0.$

3. Izračunajte krivuljni integral

$$\oint_C (y - z)dx + (z - x)dy + (x - y)dz$$

   kjer je C presečišče ploskev $x^2 + y^2 = 1$ in $x + z = 1$.

4. Določite α tako, da bo polje

$$\vec{V} = r^\alpha \vec{r} \qquad (r = |\vec{r}|)$$

   solenoidalno!

5. Diferencialno enačbo

$$y'' - xy = 0$$

   rešite s pomočjo potenčne vrste.

Ime, priimek ....

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x009

1. S pomočjo odvajanja na parameter izračunajte integral
$$I(\lambda) = \int_0^\infty e^{-x^2} \cos \lambda x \, dx$$

2. V integralu
$$I = \int_1^2 dx \int_x^{3x} f(x,y)\, dy$$
zamenjajte vrstni red integracije.

3. Izračunajte
$$\int\int_D \frac{y}{x} \, dxdy$$
$D : x^2 + y^2 \leq x.$

4. Določite vrednost krivuljnega integrala
$$\oint [(x^2 y \cos x + 2xy \sin x - y^2 e^x)dx + (x^2 \sin x - 2ye^x)dy]$$
okoli hipocikloide
$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$$

5. S pomočjo potenčnih vrst poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe
$$y' = y + x^2,$$
ki ima v točki $x = 0$ vrednost $y = -2$.

Ime, priimek ....

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x010

1. Poiščite enačbo tangencialne ravnine na ploskev
$$2xz^2 - 3xy - 4x = 7$$
v točki $y = -1, z = 2$.

2. Izračunajte integral
$$I = \int\int_D \frac{x\,dxdy}{x^2 + y^2}$$
kjer je področje D omejeno s:
$$x^2 = ay, x^2 + y^2 = 2a^2, y = 0, \quad x > 0, y > 0.$$

3. Koliko je ploskovni integral
$$\int\int_S z\,dx\,dy,$$
tu je S zunanja stran elipsoida
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

4. Poiščite funkcijo $f(r)$, da bo vektorsko polje
$$\vec{v} = f(r)\vec{r}$$
solenoidalno. Tu je $\vec{r}$ krajevni vektor in $r = |\vec{r}|$.

5. Izračunajte integral
$$\int_0^\infty (3e^{9x^2} - 6\sinh(9x^2))\,dx,$$
uporabite znan rezultat integrala $\int_0^\infty e^{-ax^2}dx$, ali pa gama funkcijo.

Ime, priimek ....

Naloga	točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x011

1. Zapišite enačbo ploskve
$$z^2 = \sqrt{x^2+y^2}, \quad z \le 0$$
v parametrični obliki in poiščite tangencialno ravnino v točki $T(-1,0,-1)$.

2. Določite konstante a, b, c tako, da bo polje
$$\vec{v} = (x+2y+az)\vec{i} + (bx-3y-z)\vec{j} + (4x+cy+2z)\vec{k}$$
irotacionalno in določite potencial polja.

3. Izračunajte
$$\int\int\int_V x\,y\,z\,dxdydz,$$
kjer je $V = x^2+y^2+z^2 \le 1, \quad x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0.$

4. Izračunajte
$$I = \int\int_S \vec{A}\vec{n}\,dS,$$
kjer je
$$\vec{A} = 4xz\vec{i} - y^2\vec{j} + yz\vec{k},$$
S pa je površina kocke, omejene z ravninami
$$x=0, x=1, y=0, y=1, z=0, z=1.$$

5. Rešite diferencialno enačbo
$$xy'' - y' + xy = 0.$$
Uporabite $y = xu$.

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x012

1. Definicija ortonormiranega sistema, navedite primer!
2. Kako se glasi funkcija $\varphi(|\vec{r}|)$, $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, da bo
$$\vec{A} = \varphi(|\vec{r}|)\vec{r}$$
solenoidalno?
3. Koliko je masa ploskve
$$z = x^2 + y^2. \quad 0 \leq z \leq 1,$$
če je specifična gostota $\rho = cz$, c je proporcionalni faktor.
4. Izračunajte
$$I = \int\int_S \vec{v}\, d\vec{S},$$
kjer je
$$\vec{v} = 4xz\vec{i} - y^2\vec{j} + yz\vec{k},$$
ploskev S je zunanja stran kocke, omejene z ravninami
$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1.$$
5. Poiščite rešitev diferencialne enačbe
$$xy'' - y' + xy = 0.$$

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x013

1. Poiščite odvod funkcije

$$u = yze^x$$

   v točki $T_0(0,0,1)$ v smeri gradienta te funkcije.

2. Določite cirkulacijo vektorskega polja

$$\vec{v} = \sqrt{1+x^2+y^2}\vec{i} + y[xy + \ln(x + \sqrt{1+x^2+y^2})]\vec{j}$$

   po krožnici $x^2 + y^2 = R^2$.

3. Določite pretok vektorskega polja

$$\vec{v} = (x-2z)\vec{i} + (x+3y+z)\vec{j} + (5x+y)\vec{k}$$

   čez trikotnik ABC z oglišči $A(1,0,0), B(0,1,0), C(0,0,1)$.

4. Izračunajte $\nabla \times [\vec{b}(\vec{r}\cdot\vec{a})]$, kjer sta $\vec{a}, \vec{b}$ konstantna vektorja in $\vec{r}$ krajevni vektor.

5. Napišite enačbo tangencialne ravnine in vektor normale na ploskev

$$\vec{r} = (u+v, u-v, uv)$$

   v točki $A(u=2, v=1)$.

Ime, priimek ....

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x014

1. Zapišite
   a)enačbo tangencialne ravnine na enodelni hiperboloid
   $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$
   v točki $T_0(x_0,y_0,z_0)$ in
   b)enačbo normale na ploskev
   $$x^2+y^2-(z-5)^2=0$$
   v točki $x_0=4, y_0=0, z_0=0$.
2. Zapišite definicijo Γ funkcije in določite vrednost $\Gamma(-\frac{5}{2})$!
3. Izračunajte integral
   $$I=\int\int\int_V z\sqrt{x^2+y^2}\,dx\,dy\,dz$$
   $V: 0\leq x\leq 2, 0\leq y\leq\sqrt{2x-x^2}, 0\leq z\leq a.$
4. Izračunajte vrednost krivuljnega integrala
   $$K=\oint_C x^2y\,dx+y^3\,dy,$$
   C je sklenjena krivulja, dana z: $y=x, y^3=x^2$.
5. Dokažite, da je integral
   $$\int f\,dx+g\,dy+h\,dz$$
   neodvisen od poti, če je rot $\vec{v}=0$, kjer je $\vec{v}=(f,g,h)$ in $f(x,y,z), g(x,y,z), h(x,y,z)$ zvezne funkcije z zveznimi prvimi odvodi.

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x015

1. Zapišite enačbo tangente in normalne ravnine na krivuljo

$$\vec{r} = (t - \sin t, 1 - \cos t, 4 \sin \frac{t}{2})$$

   v točki $T(\frac{\pi}{2} - 1, 1, 2\sqrt{2})$.

2. Določite maso ploskve $z = x^2 + y^2$, $0 \leq z \leq 1$, če je spec. gostota $\rho = cz$, c prop. faktor.

3. Izračunajte pretok vektorskega polja $\vec{v} = x\vec{i} + z\vec{j}$ skozi ploskev $S : x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

4. Poiščite $\operatorname{rot} \vec{v}$, kjer je $\vec{v}$ vektor normale na ploskev $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

5. Določite odvod funkcije

$$u(x, y, z) = 1/(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$$

   v smeri njenega gradienta!

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x016

1. Izračunajte integral

$$I = \int\int\int_V \sqrt{1 - (x/a)^2 - (y/b)^2 - (z/c)^2}\, dxdydz$$

   $V : x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 \leq 1.$

2. Izračunajte s pomočjo Stokesove formule integral

$$I = \oint_C \vec{v}\, d\vec{r},$$

   kjer je $\vec{v} = -y\vec{i} + x\vec{j} + 2z\vec{k}$ in C je sklenjena krivulja $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1, z = 2$.

3. Določite $\operatorname{rot} \sin r \cdot \vec{r}$, če je $\vec{r}$ krajevni vektor in $r = |\vec{r}|$.

4. Enačbo vijačnice $\vec{r} = (a\cos t, a\sin t, bt)$ izrazite z naravnim parametrom in izračunajte $|\vec{t}'|$, kjer je $\vec{t}$ tangentni vektor.

5. Dani so Laguerrovi polinomi

$$L_n(x) = \frac{e^x}{n!}\frac{d^n}{dx^n}(x^n e^{-x}), \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

   ki so ortogonalni na intervalu $[0, \infty)$ glede na utež $p(x) = e^{-x}$. Prepričajte se o tem vsaj za polinoma L_0, L_1!

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x017

1. Izračunajte integral

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{-\ln x}}$$

(vstavi $x = e^{-t}$ in uporabi Γ funkcijo)

2. Ali množica funkcij

$$\sin \pi x, \sin 2\pi x, \sin 3\pi x, \ldots$$

sestavlja na intervalu $-1 \leq x \leq$ ortogonalen sistem in če, določite pripadajoči ortonormiran sistem.

3. Preverite Stokesovo formulo za

$$\vec{v} = y\vec{i} - x\vec{j} + z\vec{k}$$

po sklenjeni krivulji $C : x^2 + y^2 + z^2 = 4 \qquad x^2 + y^2 = z^2, z \geq 0$.

4. Izračunajte prostornino telesa, omejenega s ploskvama

$$z = \frac{a^2 - x^2 - 4y^2}{a} \quad in \quad z = 0$$

5. Pokažite: če funkcija $u(x, y, z)$ ustreza Laplaceovi enačbi $\triangle u = 0$, da je

$$\oint_S \frac{\partial u}{\partial n}\, dS = 0$$

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x018

1. S substitucijo $z = \sqrt{x}$ rešite diferencialno enačbo
$$4x^2y'' + 4xy' + (x - \nu^2)y = 0$$

2. Določite volumen prostora, ki je omejen s:
$$z = x^2 + y^2, \quad x^2 + y^2 = x, \quad x^2 + y^2 = 2x, \quad z = 0$$

3. Določite direktno in z uporabo Greenove formule krivuljni integral
$$\int (x + y)dx - 2xdy$$
po stranicah trikotnika $x = 0, y = 0, x + y = a$.

4. Določite
$$\operatorname{rot}\left[f(r)\operatorname{grad} u|_{T_0}\right]$$
kjer je $f(r)$ skalarna funkcija, $\vec{r} = (x, y, z)$ in $u = \arctan \frac{y}{x}$ in $T_0(2, 1, 0)$.

5. Določite enačbo tangencialne ravnine in vektor normale na ploskev
$$\vec{r} = (u + v, u - v, uv)$$
v točki $A(u = 2, v = 1)$.

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x019

1. Izračunajte integral

$$I = \int_0^{\pi} \frac{\ln(1 + a\cos x)}{\cos x}\, dx$$

2. Določite $\operatorname{grad} u(r) \cdot \vec{r}$, če je $u = \ln r$ in $r = |\vec{r}|$ in $\vec{r}$ krajevni vektor.

3. Izračunajte cirkulacijo vektorja

$$\vec{v} = y\vec{i} + x^2\vec{j} - z\vec{k}$$

vzdolž krivulje $C: x^2 + y^2 = 4, z = 3$, in sicer direktno in z uporabo Stokesove formule.

4. Določite površino ploskve $az = xy$, ki jo izreže valj $x^2+y^2 = a^2$!

5. Rešite diferencialno enačbo

$$x^2y'' + xy' + (\lambda^2x^2 - \nu^2)y = 0$$

z vpeljavo nove spremenljivke $\lambda x = z$.

Ime, priimek ....

Naloga	točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x020

1. V točki $T(5,3,-8)$ na ploskvi
$$x = u^2 + v^2$$
$$y = u - v$$
$$z = 4uv$$
poiščite enačbo tangentne ravnine!

2. Za katere vrednosti spremenljivke $y(y>1)$ ima funkcija
$$F(y) = \int_y^{y^2} \frac{dx}{\ln^2 x}$$
exstremno vrednost?

3. Izračunajte
$$\int\int\int_V xyz\, dx\, dy\, dz$$
kjer je $V: x^2+y^2+z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$.

4. Dano je skalarno polje
$$u = z\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$
v točki $T(2,-2,1)$ izračunajte:
a)odvod polja v smeri proti koordinatnem izhodišču
b)rot(grad u)

5. Poiščite prve štiri člene vrste, ki reši diferencialno enačbo
$$y'' = y' + xy \qquad in \qquad y(0) = y'(0) = 1$$

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x021

1. Pokažite, da funkcija

$$y = \int_0^\infty \frac{e^{-xz}}{1+z^2}\, dz$$

ustreza diferencialni enačbi $y'' + y = \frac{1}{x}$.

2. Področje V je omejeno s: $x^2 + y^2 - 2x = 0, 4z = x^2 + y^2$ in $z^2 = x^2 + y^2$, določite volumen tega področja!

3. Ugotovite, kakšno je vektorsko polje

$$\vec{v} = f(r) \cdot \vec{r}$$

če je $f(r) = \frac{k}{r^3}$, $r = |\vec{r}|$, k je konstanta.

4. Telo je omejeno s ploskvijo S, ki jo omejujejo krog $x^2+y^2 \leq 4$, ravnina (xy), paraboloid $z = 4 - x^2 - y^2$. Normala $\vec{n}$ (zunanja) na ploskev S, vektorsko polje podaja vektor

$$\vec{v} = (x+y)\vec{i} + (y+z)\vec{j} + (x+z)\vec{k}.$$

Izračunajte

$$\oint_S \vec{v} \cdot \vec{n}\, dS!$$

5. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe

$$4x^2y'' + 4xy' + (x - \nu^2)y = 0$$

(namig: $\sqrt{x} = z$).

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x022

1. Pokažite, da je integral
$$\int_0^\infty e^{-xy}\cos x\,dx, \qquad 0 < y < \infty$$
enakomerno konvergenten.

2. Rešite integral
$$I = \int\int_D \frac{x\,dxdy}{x^2+y^2}$$
kjer je področje D omejeno s: $x^2 = ay, x^2+y^2 = 2a^2, y = 0$ $(x > 0, y > 0)$. (Uporabite polarne koordinate).

3. Določite odvod skalarne funkcije $u = \ln(x^2+y^2)$ v točki $T(1,2)$ v smeri parabole $y^2 = 4x$.

4. Določite vrednost krivuljnega integrala
$$\int_C \vec{v}\,d\vec{r},$$
$\vec{v} = z\vec{i}+x\vec{j}+y\vec{k}$, vzdolž vijačnice $x = R\cos t, y = R\sin t, z = \frac{t}{2\pi}$ od točke A,ki je presečišče vijačnice z ravnino $z = 0$, do točke B, ki je presečišče vijačnice z ravnino $z = 1$.

5. Določite kot med ploskvama
$$u = x^2+y^2-z^2 \quad in \quad v = xz+yz.$$

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x023

1. Ugotovite, ali je integral

$$I(\alpha) = \int_0^\infty e^{-\alpha x} \cos x \, dx, \qquad \alpha > 0$$

enakomerno konvergenten.

2. Izračunajte integral

$$I = \int\int_D \frac{dxdy}{x^4 + y^2}$$

$D : x \geq 1, y \geq x^2$.

3. Poiščite cirkulacijo vektorskega polja $\vec{v} = x\vec{i} - y\vec{j}$ vzdolž sklenjene krivulje, ki jo sestavlja prva četrtina astroide $x = a\cos^3 t, y = a\sin^3 t$ in odseka na obeh oseh.

4. Izračunajte ploskovni integral

$$P = \int\int_S \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \, dS$$

S je del paraboloida $z = x^2 + y^2$, ki je omejen z ravnino $z = a$.

5. Funkcijo

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -1 < x < 0 \\ 1, & 0 < x < 1 \end{cases}$$

razvijte po Legendrovih polinomih. Zapišite nekaj členov.

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x024

1. Izračunajte volumen telesa, ki je omejeno s stožcem $z = \sqrt{x^2+y^2}$ in paraboloidom $z = x^2 + y^2$.
2. Naj bosta $\vec{R}_1$ in $\vec{R}_2$ vektorja od fiksnih točk $P_1(x_1, y_1, z_1)$, $P_2(x_2, y_2, z_2)$ do točke $P(x, y, z)$. Poiščite
$$\operatorname{div}(\vec{R}_1 \times \vec{R}_2).$$
3. Kolikšno delo opravi sila
$$\vec{p} = (3x - 4y + 2z)\vec{i} + (4x + 2y - 3z^2)\vec{j} + (2xz - 4y^2 + z^3)\vec{k},$$
ki giblje delček snovi okoli elipse C v središčni legi v ravnini (xy) s polosema 4 in 3.
4. Izračunajte ploskovni integral
$$\int\int_S (x^2 + y^2)\, dS$$
kjer je S površina krogle $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.
5. S pomočjo Γ funkcije izračunajte integral
$$\int_0^\infty \sqrt{x} e^{-x^3}\, dx$$

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x025

1. S pomočjo Γ funkcije izračunajte integral
$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{-\ln x}} \qquad (\text{vstavite} x = e^{-t}).$$

2. Določite maso celotne kardioide $r = a(1 + \cos\phi)$, če je gostota $\varrho = k\sqrt{r}$.

3. Določite vrednost izraza
$$\mathrm{rot}\,[f(r) \cdot \vec{r}]$$
če je $\vec{r}$ krajevni vektor, $r = |\vec{r}|$, f pa skalarna funkcija $e^{-\sin r}$.

4. Izračunajte integral
$$\int\int\int_V z\,dxdydz$$
če je $V : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$ in $z \geq 0$.

5. Določite $\frac{dI}{dx}$, če je
$$I = \int_x^{2x} \frac{e^{xt}}{t}\,dt$$

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x026

1. Izračunajte
$$\int\int \frac{dxdy}{(1+x^2+y^2)^2}$$
nad eno zanko lemniskate $(x^2+y^2)^2 = x^2 - y^2$, (uporabite polarne koordinate).

2. Določite integral
$$I(\alpha) = \int_0^\infty \frac{1-\cos\alpha x}{x} e^{-kx}\, dx \qquad \alpha, k > 0$$

3. Izračunajte krivuljni integral
$$\oint_C (y-z)\, dx + (z-x)\, dy + (x-y)\, dz$$
če je C presečišče ploskev $x^2+y^2=1$ in $x+z=1$.

4. Poiščite vse ekstremale funkcionala
$$\int_{x_1}^{x_2} (y^2 - y'^2 - 2y \operatorname{ch} x)\, dx$$

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x027

1. Napišite prvo fundamentalno formo za ploskev

$$x = u\cos v, \quad y = u\sin v, \quad z = f(u) + av,$$

kjer je f odvedljiva funkcija.

2. Določite težišče telesa, omejenega s paraboličnim valjem $z = 4 - x^2$ in ravninami $x = 0$, $y = 0$, $y = 6$. $z = 0$. Gostota ϱ je konstantna.

3. Izračunajte ploskovni integral

$$\int\int_S \mathrm{rot}\,\vec{v}\vec{\nu}\,dS,$$

če je $\vec{v} = 3y\vec{i} - xz\vec{j} + yz^2\vec{k}$, ploskev S je paraboloid $2z = x^2 + y^2$, omejen z ravnino $z = 2$.

4. Določite vrednost krivuljnega integrala

$$\oint (x^2y\cos x + 2xy\sin x - y^2e^x)\,dx + (x^2\sin x - 2ye^x)\,dy$$

okrog hipocikloide $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.

5. S pomočjo Γ funkcije določite vrednost integrala

$$\int_0^\infty \sqrt{x}e^{-x^3}\,dx.$$

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x028

1. Izračunajte
$$\int_0^1 \frac{dx}{(x^2+1)^2}$$
če vemo, da je
$$F(y) = \int_0^1 \frac{dx}{x^2+y} = \frac{1}{\sqrt{y}}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{y}}$$

2. Določite površino ploskve, ki jo iz sfere $x^2+y^2+z^2=a^2$ izreže pokončni valj, ki je postavljen na krivuljo (v pol.koord.) $r = a\cos 2\phi$.

3. Določite skalarno funkcijo, katere gradient je vektor
$$\vec{v} = (-\frac{\operatorname{tg} y}{x^2} + 2xy + x^2)\vec{i} + (\frac{1}{x\cos^2 y} + x^2 + y^2)\vec{j}$$

4. Za vektorsko polje $\vec{v} = x^3\vec{i} + y^3\vec{j} + z\vec{k}$ določite vrednost ploskovnega integrala
$$\oint_S \vec{v}\vec{n}\,dS$$
če je ploskev S omejena: $x^2+y^2=1, \quad z=0, \quad z=x+2.$

5. Ali zaporedje funkcij
$$1, \cos 2x, \cos 4x, \cos 6x, \ldots$$
sestavlja na intervalu $[0,\pi]$ ortogonalen sistem, in če ga, določite ustrezen ortonormiran sistem!

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x029

1. Določite površino ploskve $z = x^2 + y^2$, $0 \leq z \leq 1$.

2. Izračunajte pretok vektorskega polja $\vec{v} = x\vec{i} + z\vec{j}$ skozi ploskev $S : x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

3. Zapišite enačbo tangentne premice in normalne ravnine na krivuljo
$$\vec{r} = (t - \sin t, 1 - \cos t, 4 \sin \frac{t}{2})$$
v točki $T(\frac{\pi}{2} - 1, 1, 2\sqrt{2})$.

4. a) Izračunajte $\operatorname{rot}(\vec{r} \cdot \vec{a})\vec{b}$, če je $\vec{a} = (2, -3, 2)$, $\vec{b} = (1, -1, -1)$ in $\vec{r}$ krajevni vektor.
b) Poiščite $\operatorname{rot} \vec{v}$, kjer je $\vec{v}$ vektor normale na ploskev $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

5. Za funkcijo
$$f(x) = \begin{cases} 0, & -1 < x \leq 0 \\ 1, & 0 < x < 1 \end{cases}$$
poiščite koeficiente c_0, c_1, c_2 v razvoju funkcije $f(x)$ po Čebiševih polinomih. $(T_n(x) = \cos(n \arccos x), n = 0, 1, 2, \ldots)$.

Ime, priimek ....

N a l o g a	t o č k e
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
S k u p a j	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x030

1. S pomočjo odvajanja na parameter izračunajte integral

$$\int_0^\infty e^{-xy} \frac{\sin x}{x}\, dx$$

2. Telo je omejeno z dvema koncentričnima kroglama (R, r). Gostota je obratno sorazmerna oddaljenosti od središča krogle. Določite maso tega telesa.

3. Za funkcijo $f(r) = \frac{1}{r^3}$ določite vrednost izraza

$$\text{rot}\,[f(r) \cdot \vec{r}]$$

kjer je $\vec{r}$ krajevni vektor in $r = |\vec{r}|$.

4. Določite pretok vektorskega polja

$$\vec{v} = (x - 2z)\vec{i} + (x + 3y + z)\vec{j} + (5x + y)\vec{k}$$

skozi trikotnik ABC, $A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(0, 0, 1)$.

5. Koliko je vrednost krivuljnega integrala

$$\int_A^B \vec{v}\, d\vec{r}, \quad \vec{v} = (z, x, y)$$

vzdolž vijačnice $x = a\cos t$, $y = a\sin t$, $z = t/(2\pi)$ in to od točke A, ki je presečišče vijačnice z ravnino $z = 0$, do točke B, ki je presečišče vijačnice z ravnino $z = 1$.

Ime, priimek ....

Naloga	točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

IZPIT IZ MATEMATIKE III

aa. bbbb x031

1. V integralu
$$I = \int_1^2 dx \int_x^{2x} f(x,y)\,dy$$
zamenjajte vrstni red integracije!

2. Naj bosta $\vec{R}_1$ in $\vec{R}_2$ vektorja od fiksnih točk, $P_1(x_1, y_1, z_1)$, $P_2(x_2, y_2, z_2)$ do točke $P(x, y, z)$. Poiščite $\operatorname{div}(\vec{R}_1 \times \vec{R}_2)$.

3. S pomočjo odvajanja izračunajte
$$I(\lambda) = \int_0^\infty e^{-x^2} \cos \lambda x\,dx$$

4. Izračunajte ploskovni integral
$$\int\int_S (x^2 + y^2)\,dS$$
kjer je S površina krogle $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

5. S pomočjo potenčnih vrst poiščite tisto rešitev enačbe
$$y' = y + x^2$$
ki ima v točki $x = 0$ vrednost $y = -2$.