

Izpit iz MATEMATIKE III

4. junij 2007

1. Poišči vse tangentne ravnine na ploskev $4x^2 + y^2 + 4z^2 = 1$, ki so vzporedne ravnini $2x + y + z = 0$.
2. Poišči površino dela paraboloida $z = x^2 + y^2$, ki ga določata neenačbi $z \leq 2$ in $x + y \leq 0$.
3. Pokaži, da je krivuljni integral

$$\int_A^B \left(\frac{e^{yz}}{x} - \frac{\operatorname{tg} y}{x^2} \right) dx + \left(ze^{yz} \log x + \frac{1}{x \cos^2 y} \right) dy + (ye^{yz} \log x) dz$$

neodvisen od poti in ga izračunaj za primer $A(1, \frac{\pi}{4}, 1)$, $B(e, 0, 2)$.

4. Naj bo krivulja C sestavljena iz dela parabole $y = x^2$ od točke $(0, 0)$ do točke $(1, 1)$ in dela premice $y = x$ od točke $(1, 1)$ do točke $(0, 0)$. Reši integral

$$\int_C \operatorname{arctg} \frac{y}{x} dx - dy$$

na dva načina; kot krivuljni integral druge vrste in z uporabo Greenove formule.

5. (a) Reši enačbo $\cos w + i\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$.
(b) Izračunaj integral

$$\int_{|z|=\frac{1}{10}} \frac{1}{z^2 \left(\cos \left(z + \frac{\pi}{4} \right) + i\frac{\sqrt{2}}{2} \right)} dz,$$

kjer je integracija v pozitivni smeri.