

IZPIT IZ MATEMATIKE III

26. januar 2009

1. Vzemimo ploskev Σ in krivuljo τ :

$$\Sigma : \vec{r}(u, v) = (u^2, 2u \sin v, 4 \sin^2 v), \quad u > 0, \quad 0 < v < \frac{\pi}{2}$$

$$\tau : \vec{r}(t) = (3, 2\sqrt{3}t, 2\sqrt{3}t).$$

- (a) Poiščite presečišče T med ploskvijo Σ in krivuljo τ .
(b) Izračunajte tangentno ravnino na ploskev Σ v točki $S(3, 3, 3)$.
2. Izračunajte prostornino telesa omejenega s paraboloidom $z = x^2 + y^2$, eliptičnim paraboloidom $z = 2x^2 + y^2$ in valjem $x^2 + y^2 = 1$.
3. Izračunajte krivuljni integral

$$\int_C (y^2 - z^3)dx + (z^3 - x^2)dy + (x - y)dz,$$

kjer je krivulja C daljica od točke $A(1, -1, 0)$ do točke $B(4, -2, -1)$.
Z ustreznim kriterijem preverite še, če je ta integral neodvisen od poti.

4. Vzemimo točke $T_1(-\frac{\pi}{2}, 0)$, $T_2(\frac{\pi}{2}, 0)$ in $T_3(\frac{\pi}{2}, 2)$. S pomočjo Greenove formule izračunajte integral

$$\int_C (y^3 \cos x + 7x^6 y^8) dx + (6y^2 \sin x + x + 8x^7 y^7) dy,$$

kjer je krivulja C pozitivno orientirana in sestavljena iz daljice od točke T_1 do točke T_2 , daljice od točke T_2 do točke T_3 in krivulje $y = 1 + \sin x$ od točke T_3 do točke T_1 .

5. Izračunajte kompleksni integral

$$\int_{|z+i|=2} \frac{8}{z^3(z^2+4)} dz,$$

kjer je integracija v pozitivni smeri.