

IZPIT IZ MATEMATIKE III

22. junij 2009

1. Vzemimo skalarno polje $F(x, y, z) = xz \arcsin\left(\frac{y}{3}\right) + xz^2 + xe^y$ in točko $T(1, 0, 3)$.

- Izračunajte smerni odvod skalarnega polja F v točki T in smeri največjega spreminjanja polja.
- Poščite nivojsko ploskev skalarnega polja F , ki gre skozi točko T in nato v tej točki izračunajte še tangentno ravnino na to nivojsko ploskev.

2. Izračunajte

$$\iint_D (1 + x^2 + y^2) dx dy,$$

kjer območje D predstavlja desno zanko lemniskate

$$(x^2 + y^2)^2 = 4(x^2 - y^2).$$

Navodilo: Uvedite polarne koordinate!

3. Izračunajte krivuljni integral

$$\int_C 5x^2y^2 ds,$$

kjer je krivulja C podana z $|x| + |y| = 1$.

4. Izračunajte

$$\iint_S (x^2 + 3x + 2y \arctan x) dy dz + \left(4y - \frac{y^2}{1 + x^2}\right) dx dz + (2xz - 2z) dx dy,$$

kjer je S zunanja stran piramide, omejene z

$$x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1.$$

Namig: Gaussov izrek.

5. Izračunajte kompleksni integral

$$\int_{|z+1|=2} \frac{10}{z^2(z^2+1)(z-2)} dz,$$

kjer je integracija v pozitivni smeri.