IZPIT IZ MATEMATIKE III

25. januar 2010

1. Poiščite vse točke na ploskvi
$$\vec{r}(u,v) = \left(v\cos u, v\sin u, \frac{\cos u}{v}\right),$$
v katerih je tangentna ravnina vzporedna ravnini $x + \sqrt{3}y + 2z = 0$.

2. Vzemimo dve krivulji v ravnini: astroido $\vec{r}(t) = (5\cos^3 t, 5\sin^3 t)$ in kvadrat $|x| + |y| = 5$. Iz njiju tvorimo krivuljo C, ki je za $x \geq 0$ enaka dani astroidi in za $x \leq 0$ enaka danemu kvadratu. Izračunajte krivuljni integral 1. vrste
$$\int_C x\,ds.$$

3. Izračunajte ploskovni integral 1. vrste
$$\iint_S x^2\,dS,$$
kjer je ploskev S določena z
$$x^2 + y^2 + z^2 = 4, \quad z \geq 0, \quad x \geq 0.$$

4. S pomočjo Gaussovega izreka izračunajte pretok vektorskega polja
$$\vec{V} = \left(\sin(xy) - e^{\sin x},\ 2x^2y + y\cos(x)e^{\sin x},\ 3x^2z - yz\cos(xy)\right)$$
skozi ploskev, ki je rob telesa določenega z neenačbami:
$$z \geq 3\sqrt{x^2+y^2} - 8, \quad z \leq 10 - (x^2+y^2), \quad x \geq 0.$$

5. Narišite območje
$$D = \left\{ z = x + iy \;\middle|\; x \geq 0,\ -\frac{\pi}{6} \leq y \leq \frac{\pi}{3} \right\}$$
in sliko tega območja s preslikavo
$$f(z) = \frac{e^{3z} - i}{e^{3z}}.$$