

# IZPIT IZ MATEMATIKE III

10. junij 2013

1. Vzemimo

$$\vec{r}(t) = \left( 4 \sin \frac{3t}{13}, 4 \cos \frac{3t}{13}, \frac{5t}{13} + 1 \right).$$

- (a) Poiščite tangentno premico na  $\vec{r}(t)$  v točki  $A(0, 4, 1)$ .
- (b) Izračunajte dolžino krivulje  $\vec{r}(t)$  od točke  $A(0, 4, 1)$  do točke  $B(2\sqrt{3}, 2, 1 + \frac{5\pi}{9})$ .
- (c) Ali je dana parametrizacija  $\vec{r}(t)$  naravna parametrizacija? Odgovor utemeljite.

2. Izračunajte

$$\iint_{\mathcal{D}} \frac{x^2}{x^2 + y^2} dx dy,$$

kjer je območje  $\mathcal{D}$  določeno z neenačbami

$$x^2 + y^2 \geq 1, \quad x^2 + y^2 \leq 9, \quad y \geq -x, \quad y \leq x.$$

3. Izračunajte

$$\iiint_V (5x + 3y^2) dx dy dz,$$

kjer je območje  $V$  omejeno s ploskvami

$$x = 2, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad x = y, \quad z = xy.$$

4. S pomočjo Greenove formule izračunajte

$$\int_{\mathcal{C}} (y^2 + e^x) dx + (xy + x^2 - \sin(3y)) dy,$$

kjer krivulja  $\mathcal{C}$  sestavljena iz daljic v smeri

$$T_1(2, 1) \rightarrow T_2(3, 1) \rightarrow T_3(3, 5) \rightarrow T_4(2, 4) \rightarrow T_1(2, 1).$$

5. Izračunajte kompleksni integral

$$\int_{|z-\pi|=2} \frac{\cos z dz}{(z-i)(z-i-\pi)},$$

kjer je integracija v pozitivni smeri.