

IZPIT IZ MATEMATIKE III

23. januar 2014

1. Vzemimo krivuljo $\vec{r}(t) = (1 - t, 2 - t, t^2)$ in skalarno polje $u = x^2 + y^2 + z$.
 - (a) Izračunajte tisto nivojsko ploskev \mathcal{S} skalarnega polja u , ki gre skozi točko $A(1, 2, -3)$.
 - (b) Izračunajte skupno točko T omenjene nivojske ploskve \mathcal{S} in krivulje $\vec{r}(t)$.
 - (c) Izračunajte kot med omenjeno nivojsko ploskvijo \mathcal{S} in krivuljo $\vec{r}(t)$ v skupni točki T .

2. Izračunajte prostornino telesa, določenega z neenačbami:

$$x^2 + y^2 \leq 2x, \quad z \leq x + 18, \quad z \geq 9\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Izračunajte

$$\int_{\mathcal{C}} (x^2 - y^2) ds,$$

kjer je \mathcal{C} tisti del preseka ploskev $x^2 + y^2 = 9$ in $x + y - z = 1$, kjer velja $0 \leq y \leq x$.

4. S pomočjo Stokesove formule izračunajte

$$\int_{\mathcal{C}} (xz + e^x, 3xy - \sin y, xy - 2xz) \cdot d\vec{r},$$

kjer je \mathcal{C} presek ravnine $x + y + z = 1$ s plaščem piramide, določenim z oglišči $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ in $(0, 0, 2)$, orientiranim v negativni smeri gledano iz izhodišča.

5. Izračunajte kompleksni integral

$$\int_{\mathcal{C}} \frac{dz}{e^z - 1 - i},$$

kjer je \mathcal{C} pozitivno orientirana krivulja $|z - \log \sqrt{2}| = \pi$.