

IZPIT IZ MATEMATIKE III

4. september 2014

1. Izračunajte dolžino loka krivulje

$$\vec{r}(t) = \left(\log \frac{2+t}{2-t}, 2\sqrt{2} \arcsin \frac{t}{2}, t \right)$$

za $0 \leq t \leq 1$.

2. Zamenjajte vrstni red integracije

$$\int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{y+1}}^{\sqrt{y+1}} f(x, y) dx + \int_0^2 dy \int_{-\sqrt{y+1}}^{1-\sqrt{4y-y^2}} f(x, y) dx + \int_2^3 dy \int_{-\sqrt{y+1}}^{1-y} f(x, y) dx$$

Integracijsko območje tudi skicirajte.

3. Imamo potenciometer, s katerim lahko spreminjamo gostoto naboja na dani ploskvi po funkciji

$$\rho(x) = \int_{x^2}^{x^2+1} e^{-t^2} dt.$$

Na kakšno vrednost x naj nastavimo ta potenciometer, da se bo nabralo največ naboja?

4. Določite parameter a , da bo krivuljni integral

$$\int_C \frac{1}{x} dx + \left((a+1)^2 z e^{yz} - \frac{1}{y} \right) dy + (a^2 - 3) y e^{yz} dz$$

neodvisen od poti. Za dobljeni a in primer, ko je C krivulja od točke $A(e, 2, 0)$ do točke $B(1, 2, 1)$, integral nato tudi izračunajte.

5. (a) Rešite enačbo

$$\cos z = \frac{5i}{12}.$$

- (b) Izračunajte integral

$$\int_{|z-\frac{\pi}{2}+i|=1} \frac{dz}{\cos z - \frac{5i}{12}},$$

kjer je integracija v pozitivni smeri.