

PRVI KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE III

13. december 2005

1. Vzemimo skalarno polje $U = e^{\frac{x}{z}} + e^{\frac{y}{z}}$ in točko $T(0, 0, 1)$.
 - (a) Izračunaj smerni odvod skalarne polja U v točki T in smeri najhitrejšega spreminjanja.
 - (b) Poišči enačbo nivojske ploskve (v implicitni obliki) skalarne polja U , ki gre skozi točko T .
 - (c) Poišči enačbo normalne premice in tangentne ravnine na omenjeno nivojsko ploskev v točki T .
2. Izračunaj površino telesa, ki ga določata

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 2 \text{ in } z \geq \sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Preveri, ali je kateri od integralov

$$\int_C \left(\frac{1}{1+x^2} + yz \right) dx + xz dy + (xy - 2z) dz$$

in

$$\int_C 3x^2 dx + 6yz dy + 3(y^2 + x) dz$$

neodvisen od poti. Oba integrala nato tudi izračunaj za primer, ko je C daljica od točke $A(1, 1, 1)$ do točke $B(3, 0, -3)$.