

DRUGI KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE III

9. januar 2013

1. Imejmo krivuljo

$$\vec{r}(\varphi) = (-\cos \varphi, 2 + 3 \cos \varphi, \sin \varphi),$$

ki je usmerjena v smeri naraščajočega parametra, in točke

$$T_1(1, 2, -1), T_2(-1, 5, 0), T_3(1, -1, 0).$$

Izračunajte

$$\int_{\mathcal{C}} 4xy \, dx - 2yz \, dy - 3z^2 \, dz,$$

kjer je krivulja \mathcal{C} sestavljena iz usmerjene daljice od točke T_1 do točke T_2 ter krivulje $\vec{r}(\varphi)$ od točke T_2 do točke T_3 .

2. Z uporabo ustreznega integralskega izreka izračunajte pretok vektorskega polja

$$\vec{V} = (\sin(yz) + xy^2, 4yz^2 - e^{x-z}, zx^2 - 2y - z^3)$$

skozi zunanjo stran površine telesa, ki je določeno z

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 25 \quad \text{in} \quad -x \leq y \leq x.$$

3. (a) Naj bo

$$v = \arctan \frac{y}{x} + x^2 - y^2 + xy.$$

Poiščite tak u , da bo $f = u + iv$ analitična funkcija.

(b) Poiščite vse rešitve enačbe

$$3 \sin z - 2 \cos z = 2.$$

Opomba: vrednosti $\arctan \frac{12}{5}$ ni potrebno izračunati.