

DRUGI KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE III

10. januar 2014

1. Vzemimo skalarno polje $u = 2xy - z$ in točko $T(2, 4, 16)$.

- (a) Izračunajte smerni odvod skalarnega polja u v točki T v smeri najhitrejšega spreminjanja.
- (b) Izračunajte

$$\iint_S \sqrt{1 + 4x^2 + 4y^2} dS,$$

kjer je S tisti del nivojske ploskve $u = 0$, za katerega velja $x^2 + y^2 \leq 1$.

2. S pomočjo Greenove formule izračunajte

$$\int_C (2xy + x^2y + e^x) dx + (x^2 - x^3 - 4y^2x) dy,$$

kjer je krivulja C podana z

$$(x^2 + y^2)^2 = 2(x^2 - y^2), \quad x \geq 0$$

in orientirana v smeri urinega kazalca.

3. (a) Utemeljite, kateri sumand (en!) v

$$x^3 + 2xy + \cos x \operatorname{sh} y$$

moramo izbrisati, da bo tako dobljen izraz lahko imaginarni del neke analitične funkcije $f(z)$.

Omenjeno analitično funkcijo nato tudi poiščite.

(b) Poiščite vse rešitve enačbe

$$12 \sin z + \operatorname{sh} z + \operatorname{ch} z + 13 = e^z.$$