

Matematika IV

22. avgust 2011

1. Z Laplaceovo transformacijo rešite enačbo

$$y'(t) - 2ay(t) + (a^2 + 1) \int_0^t y(t) dt = 1$$

pri pogoju $y(0) = 0$!

2. Poiščite prve tri od 0 različne člene tiste rešitve diferencialne enačbe

$$y'' + xy = 0 \quad ,$$

za katero velja $y(0) = 1$ in $y'(0) = 0$!

3. Rešite parcialno diferencialno enačbo

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad , \quad (c = \text{konst.}) \\ u(0, t) &= 0 \\ u(10, t) &= 0 \\ u(x, 0) &= \sin \frac{\pi x}{10} \quad ! \end{aligned}$$

4. Poiščite ekstremalo funkcionala

$$\begin{aligned} I(y) &= \int_0^1 (y'^2 + x^2) dx \\ y(0) &= 0 \\ y(1) &= 0 \end{aligned}$$

pri pogoju

$$\int_0^1 y^2 dx = 2 \quad !$$

5. Gostota verjetnosti slučajne spremenljivke X je

$$p(x) = \begin{cases} Ax(1-x) & , \quad 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & , \quad \text{ostali } x \end{cases}$$

(a) Določite konstanto A !

(b) Določite $P(X \leq \frac{1}{2} \mid \frac{1}{3} \leq X \leq \frac{2}{3})$!