

PRVI KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE IV

7. april 1990 ob 10.30

1. Konstruiraj konformno preslikavo $w = f(z)$, ki območje

$$D = \{z \in \mathcal{C}; \operatorname{Im}(z) \geq \operatorname{Re}(z) \geq 1\}$$

preslika na

$$S = \{w \in \mathcal{C}; |w| \geq 1\}$$

2. Poišči oba razvoja funkcije

$$f(z) = \frac{1}{(z^2 + 1)^2}$$

v Laurentovo vrsto okoli točke $z_0 = i$.

3. Pokaži, da velja enakost

$$\int_0^{\pi/2} \cos^{2n+1} \varphi \, d\varphi = \frac{2^{2n} \cdot (n!)^2}{(2n+1)!}, \quad n \in \mathcal{N}$$

Namig: najprej pokaži

$$B(x, y) = 2 \cdot \int_0^{\pi/2} \sin^{2x-1} \varphi \cdot \cos^{2y-1} \varphi \, d\varphi,$$

nato pa upoštevaj zvezo

$$B(x, y) = \frac{\Gamma(x) \cdot \Gamma(y)}{\Gamma(x+y)}$$