

Izpit iz Numeričnih metod

18. junij 2004

1. Sestavite formulo za približno računanje integralov oblike

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)$$

Določite koeficienta, a_1 in a_2 ter vozlišči x_1 in x_2 tako, da bo formula točna za polinome $p_0(x) = 1$, $p_1(x) = x$, $p_2(x) = x^2$ in $p_3(x) = x^3$. S pomočjo dobljene formule določi približno vrednost za integral

$$\int_{-1}^1 \frac{e^x - 1}{x} dx$$

Rešitev:

$$a_1 = a_2 = 1$$

$$x_1 = -x_2 = 1/\sqrt{3}$$

2.11298 *priblizna*

2.1145 *tocna*

2. Poišči tisto rešitev X nedoločenega sistema,

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

ki ima najmanjšo evklidsko normo. Rešitev:

$$x = [13/6, 2/3, -5/6]$$

$$J = [1, -2, 1]$$

3. Pokažite, da leži na intervalu $[0, 2]$ natanko en koren enačbe

$$x^2 e^{-x} - 1/3 = 0;$$

Koren želimo določiti z metodo bisekcije tako, da bo napaka $\|x - x_n\|$ za gotovo manjša od 10^{-3} . Najmanj koliko korakov iteracije je potrebnih? Določi še koren na dve decimalni mesti natančno.

$$n > 10$$

$$I = [0.9082, 0.9102]$$

$$x = 0.91$$