

## Izpit iz Numeričnih metod

30. junij 2006

1. Poišči vektor  $x$ , ki minimizira drugo normo  $\|Ax - b\|$  (najmanjši kvadrati).

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rešitev:

$$x = [-1/3; 1/2]$$

2. Naredi tri korake Gauss-Seidlove iteracije za sistem  $Ax = b$ . Ali iteracija konvergira? Utemelji. Izberi začetni približek  $x_0 = [0, 0]$ . Poišči točno rešitev.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rešitev: Gauss-Seidlova iteracija  $x = [0; 0.5] + [0, 1; 0, 0.5] * x$   
 $x_3 = [0.750, 0.875]$   $x = [1, 1]$   
 $S = [0, 1; 0, 0.5]$   $\text{eig}(S) = [0, 0.5]$   
 $\max(\text{abs}(\text{eig}(S))) < 1$ , iteracija konvergira

3. Reši nasledni integral s pomočjo Gaussove in pravokotniške kvadraturene formule. Razultata primerjaj s točno rešitvijo.

$$\int_{-1}^1 e^x dx$$

Navodilo:

$$\text{Gauss: } \int_{-1}^1 f(x) dx = wf(x_1) + wf(x_2)$$

$$\text{Pravokotnik: } \int_{-1}^1 f(x) dx = uf(x_0)$$

Določi uteži in vozlišča tako, da bosta integrala točna za čim več potenčnih funkcij  $x^n$ ,  $n = 0, 1, \dots$

Rešitev

$$I_1 = 2.3427$$

$$I_2 = 2$$

$$I = 2.3504$$