

Izpit iz Numeričnih metod

5. september 2007

1. Ali lahko rešimo sistem $Ax = b$ z Gauss-Seidlovo iteracijo?

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Izračunaj prvi korak Jacobijeve in Gauss-Seidlove iteracije. Začetni približek je enak $x_0 = [0; 0; 0]$. Kolika je prva norma razlike posameznega približka in točne rešitve.

Rešitev:

$$x_\infty = [1, -1, 1], \quad x_J = [0.75, -1, 0.33],$$

$$x_{GS} = [0.75, -1.25, 1].$$

2. Pokažite, da leži na intervalu $[0, 2]$ natanko en koren enačbe

$$x^2 e^{-x} - 1/3 = 0.$$

Poišči ta koren z Newtonovo metodo.

Rešitev: $x=0.910008$

3. Reši integral z Gaussovo kvadraturno formulo in primerjaj rezultat s točno rešitvijo.

$$\int_0^1 \exp(-x) \sin(x) dx$$

Navodilo Gauss: $\int_0^1 f(x) dx \approx wf(u) + wf(1-u)$

Rešitev:

$$\text{Točna: } 1/(2e) (e - \cos[1] - \sin[1]) = 0.245837,$$

$$\text{Gauss: } w=1/2, \quad u=1/2(1-1/\sqrt{3}) \quad I=0.246096$$