

Izpit iz Numeričnih metod

1. september 2008

- Poišči vektor x , ki minimizira drugo normo razlike $\|Ax - B\|_2$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rešitev:

$$x = [-1; 4]$$

- Poišči približno rešitev diferencialne enačbe

$$y'(x) = -y(x), \quad y(0) = 1$$

v točki $h > 0$, če uporabiš za reševanje Heunovo metodo:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} (f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1})),$$

kjer je $x_{i+1} = x_i + h$.

Točna rešitev $y(x) = e^{-x}$ je pozitivna za vsak x in limita ko gre x v neskončnost je enaka 0. Kakšen sme biti korak $h > 0$, da ima to lastnost tudi približna rešitev.

Resitev:

$$y_{i+1} = \frac{1 - h/2}{1 + h/2} y_i = \left(\frac{1 - h/2}{1 + h/2} \right)^{i+1} y_0$$
$$0 < h < 2$$

- Zapiši iteracijsko shemo metode regula falsi za reševanje nelinearne enačbe:

$$x^3 + \sin(x) = 1.$$

Naredi tri korake metode, če sta začetna približka $x_0 = 1/2$ in $x_1 = 3/2$.

Resitev:

$$x = x_1 - (x_1 - x_0)/(f(x_1) - f(x_0)) f(x_1)$$

$$x_2 = 0.60498, x_3 = 0.65741, x_4 = 0.68280$$