

# Izpit iz Numeričnih metod

19. september 2008

1. Reši robni problem

$$y''(x) = -x, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1$$

tako, da razdeliš interval  $[0, 1]$  na štiri podintervale in v notranjih krajiščih zapišeš pogoj

$$\frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} = -x_i$$

Gornji sistem linearnih enačb reši s pomočjo Gaussove eliminacije z delim pivotiranjem. Poišči točno rešitev.

**Rešitev:**

**Približne vrednosti:**  $y \approx [0, 0.218938, 0.4375, 0.695313, 1]$

**Točne vrednosti:**  $y = [0, 0.289063, 0.5625, 0.804688, 1]$

**Točna rešitev**  $y = \frac{1}{6}(7x - x^3)$

2. Sestavite formulo za približno računanje integralov oblike:

$$\int_0^1 \frac{f(x) dx}{\sqrt{x}} \approx \omega f(\xi)$$

kjer je  $0 \leq \xi \leq 1$ . Formula naj bo točna za konstanto in polinom prve stopnje. Po gornji formuli izračunaj približno vrednost integrala:

$$\int_0^1 \frac{(1+x^2) dx}{\sqrt{x}}$$

in jo primerjaj s točno vrednostjo.

**Rešitev:**

$$\omega = 2, \quad \xi = \frac{1}{3}$$

**Približna vrednost je**  $I \approx 2.2222$ , **točna vrednost je**  $I = 2.4$

3. Zapiši iteracijsko shemo Newtonove metode za reševanje sistema nelinearnih enačb:

$$x^2 + y^3 = 1, \quad (x-1)^2 + y^2 = 1$$

Naredi en korak metode, če je začetni približek  $[x, y] = [1, 1]$ .

**Rešitev:**

$$J = [2(-1+x), 2x; 2y, 3y^2], \quad [x_1, y_1] = \left[\frac{1}{2}, 1\right]$$