

Izpit iz Numeričnih metod

14. februar 2011

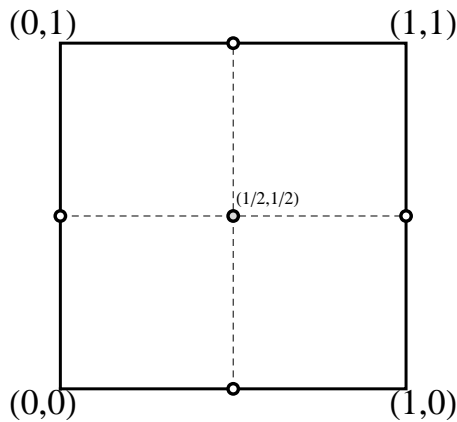
1. Reši robni problem:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x^2 + y^2 - 1, \quad \text{na območju } \mathcal{D} = [0, 1] \times [0, 1]$$

$$\text{na robu območja } u(x, y)|_{\partial\mathcal{D}} = x - y$$

Druge parcialne odvode nadomestiš z drugimi razlikami.

Koliko je približna vrednost $u(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, če izbereš $h = \frac{1}{2}$?



Rešitev:

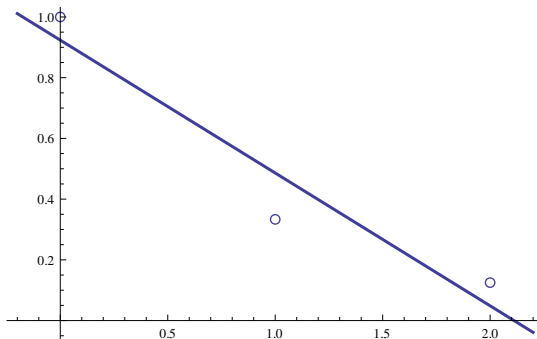
$$\frac{u_{0,1/2} + u_{1,1/2} - 4u_{1/2,1/2} + u_{1/2,0} + u_{1/2,1}}{\frac{1}{2^2}} = 1 - x_{\frac{1}{2}}^2 - y_{\frac{1}{2}}^2$$

$$u_{0,\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}, u_{1,\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}, u_{\frac{1}{2},0} = \frac{1}{2}, u_{\frac{1}{2},1} = -\frac{1}{2}, x_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}, y_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$-16u_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} = (1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}), \quad u_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} = \frac{1}{32}$$

2. Določi parametra a in b tako, da se bo graf funkcije

$$y = a + bx, \quad \text{čim bolj prilegal podatkom } \{(0, 1), (1, \frac{1}{3}), (2, \frac{1}{8})\}.$$



Rešitev: Oredoločen sistem

$$1 = 0a + b, \quad 1/3 = a + b, \quad 1/8 = 2a + b, \rightarrow a = -7/16, \quad b = 133/144$$

3. S pomočjo Newtonove iteracije, določi $\sqrt{15}$ na pet decimalnih mest natančno.

Rešitev $f(x) = x^2 - 15$, $x_0 = 4$, $x = x - (x^2 - 15)/(2 * x)$,
 $x = [4, 3.8750, 3.8730]$.