Laboratorijske vaje Numerične metode

4. Vaja

B. Jurčič Zlobec[1], A. Perne[1]

[1]Univerza v Ljubljani,
Fakulteta za Elektrotehniko
1000 Ljubljana, Tržaška 25, Slovenija

Numerične metode FE, Ljubljana, 30. oktober 2012

Privlačna negibna točka

Definiraj funkcijo $f(x) = 1 - \frac{1}{3}x^2$ in njen odvod.
Poišči negibno točko $f(\hat{x}) = \hat{x}$ na 8 decimalnih mest natančno.
Začetni približek je $x_0 = 0.2$.
Določi odvod funkcije $f(x)$ v negibni točki.

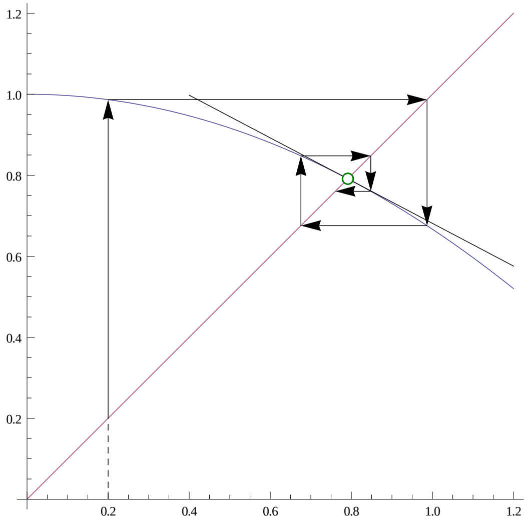
$$x_0 = 0.2, \quad x_{n+1} = f(x_n), \quad \hat{x} = \lim_{n->\infty} x_n, \quad f'(\hat{x}).$$

Program

```
f=inline('1-1/3*x^2','x');
df=inline('-2/3*x','x');
```

```
x0=0.2; eps=1e-8;
for i=1:100,
 x1=f(x0);
 if abs(x1-x0)<eps, break, end;
 x0=x1;
end;
printf('iter=%0d, x= %0.8f,
df(x)=%0.8f\n',i,x0,df(x0))
iter=30, x=0.79128785, df(x)=-0.52752523
```

Grafični prikaz



Odbojna negibna točka

Definiraj funkcijo $f(x) = 1 - x^2$ in njen odvod.
S pomočjo sekantne metode, poišči pozitivno negibno točko $f(\hat{x}) = \hat{x}$, $\hat{x} > 0$ na 8 decimalnih mest natančno.
Začetna približka sta $x_0 = 0.2$ in $x_1 = 0.6$.
Določi odvod funkcije $f(x)$ v negibni točki.
Določi prvih deset členov zaporedja:

$$x_0 = 0.5, \quad x_{n+1} = f(x_n);$$

Program

Negibna točka, sekantna metoda.

```
f=inline('1-x^2','x');
df=inline('-2*x','x');
```

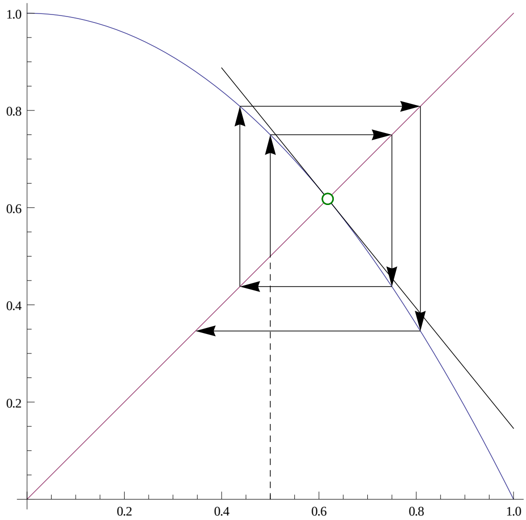
```
x0=0.2; x1=0.6; eps=1e-8;
for i=1:10,
 x2=x1-(f(x1)-x1)*(x1-x0)/(f(x1)-x1-f(x0)+x0);
 if abs(x2-x1)<eps, break, end;
 x0=x1; x1=x2;
end;
printf('iter=%0d,x=%0.8f,df(x)=%0.8f\n',i,x2,df(x2));
iter=5,x=0.61803399,df(x)=-1.23606798
```

Prvih 10 členov divergentnega zaporedja

```
x=0.5;
for i=0:9
 printf('x%0d=%0.8f,f(x)=%0.8f\n',i,x,f(x));
 x=f(x);
end;
```

```
x0=0.50000000, f(x)=0.75000000
x1=0.75000000, f(x)=0.43750000
x2=0.43750000, f(x)=0.80859375
x3=0.80859375, f(x)=0.34617615
x4=0.34617615, f(x)=0.88016207
x5=0.88016207, f(x)=0.22531472
x6=0.22531472, f(x)=0.94923328
x7=0.94923328, f(x)=0.09895619
x8=0.09895619, f(x)=0.99020767
x9=0.99020767, f(x)=0.01948876
```

Grafični prikaz



Newtonova metoda

$$f(x) = 0$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Newtonova metoda

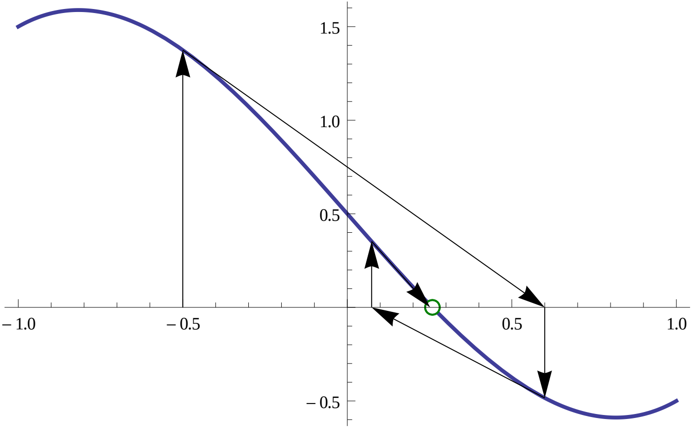
Poišči ničlo funkcije f(x)=0 s pomočjo Newtonove metode.

$$f(x) = x^3 - 2x + \frac{1}{2}, \quad x_0 = -0.5.$$

```
f=inline('x^3-2*x+1/2','x');
df=inline('3*x^2-2','x');
```

```
x0=-0.5; eps=1e-8;
for i=1:10,
 x1=x0-f(x0)/df(x0);
 if abs(x0-x1)<eps, break, end;
 x0=x1;
end;
printf('iter=%0d, x= %0.8f\n',i, x1);
iter=6, x=0.25865202
```

Grafični prikaz



$$f(x, y) = 0, \quad g(x, y) = 0.$$

$$\begin{bmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x}(x_n, y_n) & \frac{\partial f}{\partial y}(x_n, y_n) \\ \frac{\partial g}{\partial x}(x_n, y_n) & \frac{\partial g}{\partial y}(x_n, y_n) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f(x_n, y_n) \\ g(x_n, y_n) \end{bmatrix}$$

Reši sistem enačb s pomočjo Newtonove metode

$$x^2 + y^2 = 4, \quad y = \frac{1}{3}(x-1)^2 - \frac{1}{2}.$$

Izberi začetni približek $(-1, 0)$ za levo in $(2, 0)$ za desno točko.

```
f=inline('[x^2+y^2-4;1/3*(x-1)^2-1/2-y]','x','y');
df=inline('[2*x,2*y;2/3*(x-1),-1]','x','y');
```

```
x0=[-1;0]; eps=1e-8;
for i=1:100
 x1=x0-df(x0(1),x0(2))\f(x0(1),x0(2));
 if abs(x1-x0)<eps, break, end;
 x0=x1;
 printf('x=%0.8f, y=%0.8f\n',x1);
end;
```

Izpis

$(-1, 0)$ in $(2, 0)$

x0=-1.00000000, y0=0.00000000
x1=-2.50000000, y1=2.83333333
x2=-1.70274390, y2=1.72306911
x3=-1.43249027, y3=1.44799062
x4=-1.40349916, y4=1.42532257
x5=-1.40320722, y5=1.42513495
x6=-1.40320719, y6=1.42513493

x0=2.00000000, y0=-0.00000000
x1=2.00000000, y1=-0.16666667
x2=1.99264706, y2=-0.17156863
x3=1.99262792, y3=-0.17156327

Grafični prikaz