

Matematika 2

4. vaja, parcialni odvodi

B. Jurčič Zlobec¹

¹Univerza v Ljubljani,
Fakulteta za Elektrotehniko
1000 Ljubljana, Tržaška 25, Slovenija

Matematika FE, Ljubljana, Slovenija 6. maj 2012

Določi definicijsko območje funkcije.

$$f(x) = \sqrt{1 - |x| - |y|}$$



Osnovna pravila

► **Totalni diferencial:**

$$z = f(x, y) \quad \text{je} \quad dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

$$u = f(x, y, z) \quad \text{je} \quad du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz$$

► **Sestavljene funkcije:** $z = f(x, y)$, $x = \varphi(u, v)$, $y = \psi(u, v)$.

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial u}$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial v}$$

► **Implicitna funkcija:** $F(x, y, z) = 0$.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial z}} \quad \text{in} \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial z}}$$

Osnovne formule

- ▶ **Stacionarna točka funkcije** $z = f(x, y)$:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 0 \text{ in } \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

- ▶ **Zadosten pogoj za nastop ekstrema.** V stacionarni točki (x_0, y_0) nastopi ekstrem, če je $\Delta(x_0, y_0) > 0$, kjer je

$$\Delta = AC - B^2, \quad A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \quad B = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \quad C = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.$$

- ▶ Če je $A > 0$, nastopi ekstrem *minimum*,
 - ▶ če je $A < 0$, nastopi ekstrem *maksimum*,
 - ▶ če je $\Delta < 0$, ekstrema ni in
 - ▶ če je $\Delta = 0$, je odvisno od višjih odvodov.
- ▶ **Vezani ekstrem** funkcije $z = f(x, y)$ pri pogoju $\varphi(x, y) = 0$ lahko nastopi v stacionarnih točkah Lagrangeove funkcije

$$F(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda\varphi(x, y).$$