

PRVI KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE II  
Visokošolski strokovni študij

11. april 2014

1. Vzemimo

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 \\ -3 & 4 & 13 \\ 7 & 8 & 13 \end{bmatrix}.$$

- (a) Utemeljite, ali je katera izmed danih matrik  $A$ ,  $B$  in  $C$  obrnljiva.
  - (b) Izračunajte produkt  $AB$  in utemeljite, ali je simetričen.
  - (c) Določite matriko  $X$ , da velja  $AB + 2X = C^T$ .
2. Linearna preslikava  $\mathcal{A}$  preslika vektor  $(1, 0, 0)$  v vektor  $(1, 2, -1)$ , vektor  $(0, 1, 0)$  v vektor  $(-1, 1, 0)$  in vektor  $(0, 0, 1)$  v vektor  $(2, 4, -2)$ .
- (a) Določite matriko  $A$ , ki pripada dani linearni preslikavi  $\mathcal{A}$ .
  - (b) Kam linearna preslikava  $\mathcal{A}$  preslika vektor  $(-3, 2, 1)$ ?
  - (c) Kateri vektor se z linearno preslikavo  $\mathcal{A}$  slika v vektor  $(1, 2, 3)$ ?
  - (d) Kakšen je rang matrike  $A$ ?

3. Vzemimo matriko

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 1 & -3 \\ -15 & -1 & t \\ 8 & 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

- (a) Določite parameter  $t$  tako, da bo 2 lastna vrednost matrike  $A$ . Poiščite tudi lastni vektor matrike  $A$ , ki pripada lastni vrednosti 2.
  - (b) Določite parameter  $t$  tako, da bo  $(1, 1, 1)$  lastni vektor matrike  $A$ . Kakšna je njegova lastna vrednost?
4. Ob opazovanju domačega mravljišča opazite, da so si mravlje naredile ravno ploščad v obliki trikotnika, napetega na točke  $A(1, -1, 3)$ ,  $B(3, -1, 1)$  in  $C(0, 0, 3)$ .
- (a) Poiščite kot  $\alpha$  trikotnika  $ABC$ .
  - (b) Poiščite ploščino trikotne ploščadi  $ABC$ .
  - (c) Poiščite ravnino, ki vsebuje točke  $A$ ,  $B$  in  $C$ .
  - (d) Če gre mravlja po najkrajši poti od koordinatnega izhodišča, ki leži v notranjosti mravljišča, na zunanjo stran mravljišča, pristane na trikotniku  $ABC$ . Kolikšna je dolžina te najkrajše poti?