DIFERENCIALNI IZPIT

6. september 2007

1. Dokažite, da je krivuljni integral

$$\int_C \left(\frac{y}{x^2+1} + \sqrt{\frac{yz}{x}} + e^z,\ \arctan x + 2yz^3 + \sqrt{\frac{xz}{y}},\ xe^z + \sqrt{\frac{xy}{z}} + 3y^2z^2 \right) d\vec{r}$$

neodvisen od poti in ga za primer, ko je C neka krivulja od točke $A(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, 0)$ do točke $B(0,2,1)$, tudi izračunajte.

2. Izračunajte pretok vektorskega polja

$$\vec{V} = \left(3x^2 + x\sin y + x,\ \cos y + xe^z + 3y - 3xy,\ x^3(y^2+3y-1) - zx\right)$$

skozi zaključeno ploskev, ki je rob telesa:

$$z \le 3 - 2\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2},\quad z \ge (x-1)^2 + (y-1)^2.$$

Namig: Uporabite Gaussovo formulo in uvedite premaknjene cilindrične koordinate

$$x = r\cos\varphi + 1,\quad y = r\sin\varphi + 1,\quad z = z.$$

3. Izračunajte kompleksni integral

$$\int_{\left|z-(3+3i)\right|=4} \frac{1}{z(z-3)(z-3i)^2}\, dz,$$

kjer je integracija v pozitivni smeri.

4. Poiščite rešitev $u(x,t)$ diferencialne enačbe

$$\begin{aligned} u_{xx} &= 4u_{tt} \quad , \quad 0 < x < \tfrac{\pi}{2}\ ,\ t > 0 \\ u(0,t) &= 0 \\ u(\tfrac{\pi}{2},t) &= 0 \\ u(x,0) &= \sin(4x) \\ u_t(x,0) &= \sin(4x) \end{aligned}$$

5. Vržemo tri kocke. Izračunajte verjetnost dogodka, da padejo različna števila iste parnosti?