

DIFERENCIJALNI IZPIT

4. junij 2007

1. Pokaži, da je krivuljni integral

$$\int_A^B \left(\frac{e^{yz}}{x} - \frac{\operatorname{tg} y}{x^2} \right) dx + \left(ze^{yz} \log x + \frac{1}{x \cos^2 y} \right) dy + (ye^{yz} \log x) dz$$

neodvisen od poti in ga izračunaj za primer $A(1, \frac{\pi}{4}, 1)$, $B(e, 0, 2)$.

2. Naj bo krivulja C sestavljena iz dela parabole $y = x^2$ od točke $(0, 0)$ do točke $(1, 1)$ in dela premice $y = x$ od točke $(1, 1)$ do točke $(0, 0)$. Reši integral

$$\int_C \operatorname{arctg} \frac{y}{x} dx - dy$$

na dva načina; kot krivuljni integral druge vrste in z uporabo Greenove formule.

3. (a) Reši enačbo $\cos w + i \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$.
(b) Izračunaj integral

$$\int_{|z|=\frac{1}{10}} \frac{1}{z^2 \left(\cos \left(z + \frac{\pi}{4} \right) + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)} dz,$$

kjer je integracija v pozitivni smeri.

4. Z Laplace-ovo transformacijo poišči rešitev $y(t)$ diferencialne enačbe

$$\begin{aligned} y''' - 4y'' + 4y' &= 0 \\ y(0) &= 2 \\ y'(0) &= -3 \\ y''(0) &= -4 \end{aligned}$$

5. V nekem kraju je z vremenom tako: če nek dan dežuje, potem bo z verjetnostjo $\frac{2}{3}$ deževalo tudi naslednji dan; in če nek dan ne dežuje, potem je verjetnost, da tudi naslednji dan ne bo deževalo, tudi enaka $\frac{2}{3}$. Danes dežuje! Kolikšna je verjetnost, da bo čez tri dni deževalo?