

DIFERENCIALNI IZPIT

15. januar 2008

1. (a) Izračunajte tangetno ravnino na ploskev

$$2^x + z \arctan y + \log z = 1$$

v točki $T(0, 0, 1)$.

- (b) V kateri točki krivulje

$$\vec{r}(t) = \left(\frac{t(t-1)}{\log 2}, \sin^2 t - \cos^2 t, t + \cos(2t) \right)$$

je tangetna premica vzporedna z ravnino $(\log 2)x + y + z = 1$?

2. Vzemimo točke $T_1(0, 0)$, $T_2(\pi, 0)$ in $T_3(0, 2)$. S pomočjo Greenove formule izračunajte integral

$$\int_C 10x^9 y^{11} dx + (11x^{10} y^{10} - 3y^2 \cos x) dy,$$

kjer je krivulja C sestavljena iz daljice od točke T_1 do točke T_2 , krivulje $y = 1 + \cos x$ od točke T_2 do točke T_3 in daljice od točke T_3 do točke T_1 .

3. Izračunajte kompleksni integral

$$\int_{|z+2i|=3} \frac{9}{z(z+3i)^2(z+3)} dz,$$

kjer je integracija v pozitivni smeri.

4. Z Laplace-ovo transformacijo poiščite rešitev $x(t)$ diferencialne enačbe

$$\begin{aligned} x'' - 2x' &= -4 \\ x(0) &= -1 \\ x'(0) &= 4 \end{aligned}$$

5. Pri metu kocke je slučajna spremenljivka $X =$ število padlih pik. Kocka pa ni pravilne oblike, ampak je verjetnost padlih pik sorazmerna številu pik:

$$p_k = P(\text{pade } k \text{ pik}) = c \cdot k, \quad k = 1, \dots, 6$$

- (a) Določite konstanto c !
(b) Koliko je $E(X)$?