

DIFERENCIALNI IZPIT

2. september 2008

1. Podana je krivulja

$$\vec{r}(t) = (-\sin t + \cos t, -\cos t - \sin t, -t).$$

- (a) Izračunajte dolžino loka krivulje $\vec{r}(t)$ med točkama $T_1(1, -1, 0)$ in $T_2(-1, 1, \pi)$.
- (b) Poiščite naravno parametrizacijo krivulje $\vec{r}(t)$.
- (c) Določite enačbo normalne ravnine na krivuljo $\vec{r}(t)$ v točki $T_3(-1, -1, -\frac{\pi}{2})$.

2. Izračunajte ploščino lika, omejenega s krivuljo

$$x^2 = (x^2 + y^2)^2.$$

Namig: Uvedite polarne koordinate.

3. Določite parameter a tako, da bo vektorsko polje $\vec{V} = (P, Q, R)$, kjer je

$$\begin{aligned} P &= \frac{y}{1+x^2y^2} + e^{xyz}yz + (a^2+1)\cos(x)\log(yz), \\ Q &= \frac{x}{1+x^2y^2} + e^{xyz}xz + \frac{2\sin(x)}{y}, \\ R &= e^{xyz}xy + \frac{2(a+2)^2\sin(x)}{z}, \end{aligned}$$

potencialno in izračunajte njegov potencial.

4. Poiščite funkcijo $x(t)$, ki reši enačbo

$$\int_0^t e^{t-u} x(u) du = \sin t$$

5. V pravokotniku z obsegom 10 je stranica slučajna spremenljivka z gostoto verjetnosti

$$p(x) = \begin{cases} kx & 0 < x < 5 \\ 0 & \text{ostali } x \end{cases}$$

- (a) Določite konstanto k !
- (b) Kolikšna je verjetnost, da je ploščina pravokotnika manjša od $\frac{21}{4}$?