DIFERENCIALNI IZPIT

8. junij 2009

1. Poiščite tisto tangentno ravnino na ploskev

$$\vec{r}(u,v) = (ue^v, u^2, 2uv),$$

ki je vzporedna ravnini $2x - y - z = 3$.

2. Zamenjajte vrstni red integracije v integralu

$$\int_{-1-\frac{\pi}{2}}^{0} dy \int_{-1}^{y+\frac{\pi}{2}} 8\,dx + \int_{0}^{1} dy \int_{-1}^{\arccos y} 8\,dx + \int_{1}^{e} dy \int_{-1}^{-\log y} 8\,dx$$

in nato dobljen integral izračunajte.

3. S pomočjo Gaussove formule izračunajte pretok vektorskega polja

$$\vec{V} = \big(3x + xz^2 - e^z \sin x,\ 2y - 4yz^2 + \arctan\big((x+z)^2\big),\ -4z + z^3 + e^z \cos x\big)$$

skozi rob območja, določenega z

$$z \geq 12\sqrt{x^2+y^2} \qquad \text{in} \qquad z \leq -x^2 - y^2 + 28.$$

4. Z *Laplaceovo* transformacijo poiščite funkcijo $x(t)$, ki reši enačbo

$$2x' + 2x + 5\int_0^t x(u)\,du = 1$$

z začetnim pogojem $x(0) = 1$!

5. Rešite parcialno diferencialno enačbo

$$\begin{aligned} u_{tt} &= 4u_{xx} \quad , \quad 0 < x < 2\ , \ \ 0 < t \\ u(0,t) &= 0 \\ u(2,t) &= 0 \\ u(x,0) &= \sin(\pi x) \\ u_t(x,0) &= \sin(\pi x) \end{aligned}$$